Indice

Introduzione

L'osservazione ripetuta (detta *Timing*) dei segnali emessi da una Pulsar consente di determinare le sue caratteristiche fisiche e dinamiche come ad esempio il suo regime rotazionale, le derivate d'ordine successivo del periodo di rotazione, la sua posizione, il moto proprio, l'età e l'intensità del campo magnetico superficiale. La precisione di queste misure è ancora più elevata quando ad essere presa in esame è una Pulsar a millisecondo, ovvero una Stella di Neutroni che, durante l'evoluzione del sistema binario di appartenenza, ha accresciuto massa e momento angolare da una stella compagna fino a raggiungere frequenze rotazionali (tipicamente maggiori di 50 Hz) abbastanza elevate per innescare il meccanismo di emissione di onde radio ed essere quindi osservabile come una Pulsar rapidamente rotante (`Capitolo 1`). Per i citati motivi evolutivi, le Pulsar a millisecondo si trovano spesso ancora all'interno del sistema binario originale per cui dal loro *Timing*, oltre ai parametri orbitali, si possono dedurre preziose informazioni sulla massa e natura della compagna e sui meccanismi fisici che hanno determinato l'evoluzione della binaria stessa.

L'indagine astrofisica delle Pulsar a millisecondo diviene ancora più interessante allorquando esse sono collocate all'interno di un Ammasso Globulare (`Paragrafo 2.1`). Poiché esse fungono da particelle-test nel campo gravitazionale dell'Ammasso, il *Timing* delle Pulsar a millisecondo può consentire di studiare lo stato dinamico dell'Ammasso, la sua densità centrale, il suo rapporto massa/luminosità e la presenza di gas ionizzato (`Paragrafo 2.3`).

In linea teorica, gli Ammassi Globulari sono il luogo ideale ove ricercare Pulsar a millisecondo (`Paragrafo 2.2`): oltre alla evoluzione di binarie primordiali, in questi sistemi stellari esiste difatti un secondo canale formativo per questi oggetti cosmici, ovvero le interazioni dinamiche (cattura mareale o scambi) nel nucleo dell'Ammasso, che possono portare alla formazione di sistemi binari aventi i parametri adatti per generare Pulsar a millisecondo.

Purtroppo, a livello osservativo le Pulsar a millisecondo contenute in Ammassi Globulari sono radiosorgenti difficili da scoprire ed il loro numero è dunque esiguo rispetto a quelli attesi (`Paragrafo 2.4`) . Tre sono le principali ragioni della loro elusività: *(a)* sono oggetti in media molto più distanti da noi (dunque con bassa densità di flusso: `Paragrafo 3.1`) rispetto alle Pulsar a millisecondo scoperte nel campo galattico; *(b)* sono spesso in sistemi binari stretti e quindi soggette a fenomeni di eclisse del segnale radio e *(c)*, poiché contenuti in binarie di corto periodo orbitale, subiscono l'effetto Doppler dovuto ad una velocità di moto lungo la linea di vista che è ciclicamente variabile (`Paragrafo 3.3`). Il segnale impulsivo di questo tipo di sorgenti è quindi degradato ed una semplice analisi standard delle serie temporali (quella applicata alla ricerca di Pulsar isolate: `Paragrafo 3.2`) spesso non è sufficiente per rivelarlo.

Negli ultimi anni sono stati proposti ed applicati vari altri metodi per la rivelazione del segnale emesso da Pulsar binarie, fra cui la *ricerca coerente*, il *metodo della modulazione di fase (detto di Ransom)*, la *stack search* e lo *smoothing spettrale* (`Paragrafo 3.4`). L'ultimo è quello che correntemente si utilizza presso l'Osservatorio Astronomico di Bologna.

Ognuno dei 4 metodi opera utilizzando una serie di <u>parametri interni</u>: scegliere il valore di questi parametri significa indirizzare ogni codice verso la ricerca di un determinato tipo di Pulsar e di una specifica classe di sistemi binari. È allora importante perseguire l'<u>ottimizzazione di questi parametri interni</u> in modo da ampliare al massimo la classe di radiopulsar binarie a cui un dato metodo è sensibile. Una meta ancora più ambiziosa è quella di <u>paragonare fra loro i risultati dei 4 metodi di ricerca</u>, al fine di stabilire una procedura generale in grado di garantire la massima efficienza alla ricerca.

In questa direzione, si pone in primo luogo la necessità di disporre di un *ambiente software* dove poter perseguire gli obiettivi sopra esposti. In particolare, come descritto nel `Capitolo 4`, **questa Tesi è consistita nella creazione e lo sviluppo di un ambiente di lavoro utile sia all'ottimizzazione, sia alla reciproca comparazione dei codici di ricerca di Pulsar binarie**. In particolare, per compiere i test e le prime applicazioni dell'ambiente di sviluppo (`Capitolo 5`), si è focalizzata l'attenzione sul codice attualmente operante a Bologna.

Capitolo 1

Pulsar Isolate e Binarie

In questo capitolo si discute la natura delle radiopulsars, ponendo l'accento sulle differenze evolutive fra le Pulsar isolate e quelle incluse in sistemi binari. In particolare si introducono i parametri che descrivono il moto orbitale delle seconde e si spiega come tali parametri possano venire determinati osservativamente.

1.1 Cosa sono

Nel 1967, a Cambridge, durante lo svolgimento di un esperimento sulla scintillazione prodotta dal mezzo interplanetario, Anthony Hewish e Jocelyn Bell rivelarono nella banda radio una serie di impulsi regolarmente spaziati tra loro di 1.377 sec e larghi qualche centesimo di secondo [17]. Si trattava della prima Pulsar (PULSA*ting* R*adiosource*) scoperta, attualmente chiamata B1919+21.
Oggi alcune le Pulsars (PSRs) sono osservate anche nell'ottico, nell'X e nel gamma.

In base all' argomento di causalità, $d = \tau \times c$ (dove c è la velocità della luce), che lega la dimensione d della sorgente emittente alla durata τ dell'impulso, risultò che l'oggetto dovesse avere dimensioni non maggiori di 10^3 km (all'incirca il diametro della Luna). Inizialmente si fantasticò sulla possibilità che fossero segnali inviatici da una civiltà aliena, ma la enorme quantità di energia trasportata dal segnale (dell'ordine di qualche watt al secondo), il fatto che fosse emesso lungo un cono tanto stretto e la assenza di modulazione, smentirono immediatamente questa supposizione. La successiva scoperta di un altro segnale simile, con periodo di 0.003

secondi, proveniente dalla Nebulosa del Granchio, escluse inoltre la possibilità che si potesse trattare di una Nana Bianca, a causa dell'elevata velocità rotazionale che questo tipo di stella non avrebbe potuto sopportare.

La teoria, che è ormai largamente accettata, prevede infatti che queste sorgenti radio siano delle Stelle di Neutroni, cioè stelle in rapida rotazione (con frequenze di rotazione $\simeq 0.1 \div 650$ Hertz), del diametro di circa 10 km, con campi magnetici dell'ordine di $10^8 \div 10^{13}$ Gauss (il campo magnetico terrestre è ≤ 1 Gauss !) e con massa tipica di circa 1.4 $M_\odot$ (Masse solari). Queste stelle si possono formare in concomitanza con una esplosione di Supernova al centro di una stella che ha esaurito il suo combustibile nucleare o in sistemi binari in cui una Nana Bianca, accrescendo materia da una stella compagna, supera il limite di Chandrasekhar e collassa.

1.2 Come funzionano

Il fatto che le Stelle di Neutroni siano dotate di campi magnetici molto intensi ($B = 10^8 \div 10^{13}$ Gauss) e che ruotino su sè stesse con velocità elevata, fa sì che in esse si creino dei campi elettrici molto intensi i quali, a causa della alta conducibilità della stella, soddisfano l' equazione:

$$\vec{E}_i + \frac{\vec{\omega}_{NS} \times \vec{r}}{c} \times \vec{B}_i = 0$$

dove $\vec{E}_i$ è il campo elettrico interno, $\vec{\omega}_{NS}$ la velocità angolare, $\vec{B}_i$ il campo magnetico interno ed r la distanza dal centro di una qualsiasi carica elettrica. Questo campo elettrico determina una redistribuzione di cariche ρ_e all'interno della stella; queste troveranno un nuovo equilibrio in base alla legge di Gauss:

$$\rho_e = \frac{1}{4\pi}\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_i = -\frac{1}{2\pi c}\vec{\omega}_{NS} \cdot \vec{B}_i$$

Quindi, in relazione a questa formula, le cariche elettriche negative (gli elettroni) si segregano in ragione del segno di $\vec{\omega}_{Ns} \cdot \vec{B}_i$. Questa segregazione di particelle cariche genera un intensissimo campo elettrico esterno

$$|\vec{E}| \cong \left|\frac{\vec{\omega}R}{c}\vec{B}\right| \approx \frac{2 \times 10^8}{P}\left(\frac{B}{10^{12}}\right) \quad \mathrm{volt} \cdot \mathrm{cm}^{-1}$$

con P (periodo di rotazione della PSR) in secondi e B in Gauss. Elettroni e ioni, sottoposti all'azione di un campo elettrico così intenso, vengono estratti dalla superficie della stella.

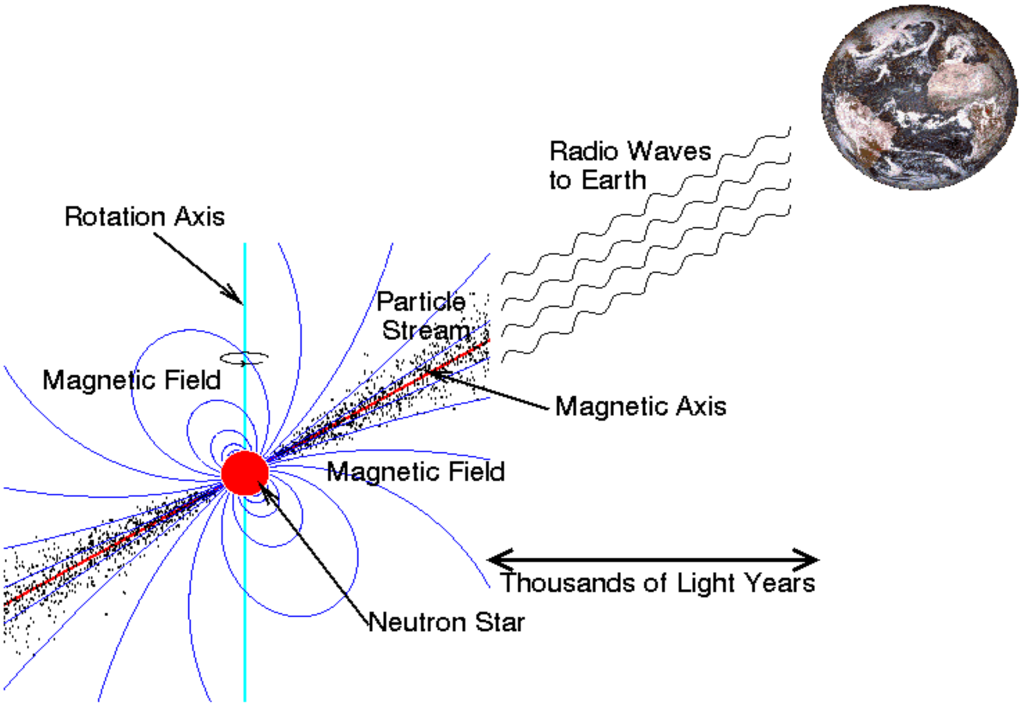


Figura 1.1: Modello di rotatore obliquo

Le cariche estratte dalla superficie della Stella di Neutroni formano una magnetosfera. Data la elevatissima conducibilità del plasma magnetosferico, le cariche si muovono insieme alla stella trascinate dalle linee di forza del campo magnetico: nella magnetosfera interna si stabilisce il cosidetto regime di co-rotazione. Questa co-rotazione può avvenire però soltanto entro una certa distanza dalla stella, quella cioè al di qua della quale la velocità tangenziale delle particelle è minore della velocità della luce c. Questo raggio limite è chiamato *raggio del* ***Cilindro di Luce*** (vedi figura 1.1) ed è dato dalla formula

$$R_{LC} = \frac{c}{\omega_{NS}}$$

dove ω_{NS} è la velocità angolare della stella. Dunque R_{LC} dà le dimensioni caratteristiche della magnetosfera e si può ricavare conoscendo il periodo P della Pulsar. Oltre questo raggio succede che le linee di forza del campo magnetico si aprono e le particelle vengono espulse nello spazio dando origine all'emissione radio osservata. Essa è principalmente dovuta al moto di cariche lungo le linee "curve" del campo magnetico dipolare e viene dunque detta "radiazione di curvatura". Una stima del valore dell'angolo critico θ_P rispetto all'asse del campo magnetico entro il quale le linee di forza rimangono aperte, è data da

$$sin^2\theta_p = \frac{R_{NS}}{R_{LC}} = \frac{R_{NS}\omega_{NS}}{c}$$

ottenuta in considerazione del fatto che, per le linee di forza di un qualsiasi campo dipolare, deve essere $(sin^2\theta)/r$ =cost. In questo caso, quindi, avrò che:

$$\frac{sin^2\theta_p}{R_{NS}} = \frac{sin^2 90^o}{R_{LC}}.$$

Assumendo valori tipici per una stella di neutroni, $R_{NS} = 10$ km e $P = 1$ s, trovo $\theta_p \sim 10^o$.

La radiazione che noi osserviamo è quindi solo quella collimata all'interno di un cono che forma un angolo θ_p con l'asse magnetico della Stella di Neutroni. L'effetto impulsivo è dovuto al fatto che l'asse del campo magnetico non è allineato con l'asse di rotazione della Stella di Neutroni. La regione conica di emissione ruoterà dunque con la stella ed intersecherà solo periodicamente la linea di vista di un osservatore: l'effetto è simile a quello di un faro, per questo motivo si parla di *lighthouse model* (vedi figura 1.2).

L' energia che alimenta l'emissione radio e l'espulsione di particelle accelerate viene dalla rotazione della stella, la quale quindi rallenta. Questo rallentamento lo notiamo da un aumento del periodo dell'impulso che varia su tempi scala di $10^{6\div7}$ anni.

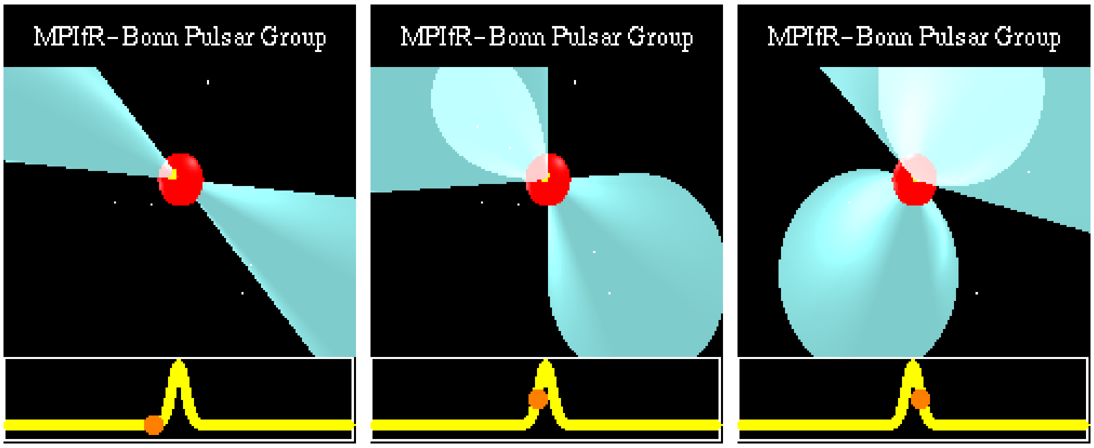


Figura 1.2: *Lighthouse model*: fasi di rotazione della Stella di Neutroni e relative posizioni nella curva di luce del segnale (puntino arancione).

1.3 Come evolvono

1.3.1 Nascita di una Pulsar

Come detto le Pulsar sono Stelle di Neutroni, quindi analizziamo la nascita e la formazione di questo particolare tipo di stelle.

Secondo il modello standard le Pulsar isolate nascono dalla esplosione di una stella di grande massa (dell'ordine di 8 o più masse solari), cioè come conseguenza di una Supernova di tipo II. Le stelle durante la loro evoluzione riescono a controbilanciare la pressione gravitazionale grazie alla pressione sostenuta dalle reazioni termonucleari che avvengono nel loro interno (il cosidetto *core*); queste reazioni termonucleari trasformano via via nuclei leggeri in nuclei più pesanti, a partire dall'idrogeno e l'elio fino a finire col nickel ed il ferro, ed ogni volta che un certo tipo di combustibile finisce, il nucleo della stella si contrae finché si innesca il combustibile successivo. Tutto ciò accade fino a quando il *core* è formato da un nocciolo di nickel-ferro. A questo punto, soltanto la pressione di degenerazione di materia neutronizzata può controbilanciare il collasso del nucleo.

Il collasso del nucleo di queste stelle di grande massa, fa sì che esso ruoti molto rapidamente (per la conservazione del momento angolare) e fa aumentare notevolmente l'intensità del suo campo magnetico (le linee di forza del campo magnetico vengono compresse con la materia): si spiega così l'estrema velocità di rotazione (le proto-Pulsars hanno periodi < 60 ms [46]) e l'enorme valore dei campi magnetici delle Pulsars.

La teoria che prevede la nascita delle Pulsars in Supernovae parrebbe indebolita dai dati osservativi a causa dell'esiguo numero di Pulsars conosciute associate a resti di Supernovae (SNR); ciò è peraltro imputabile a vari effetti di selezione e deve tenere conto del fatto che i resti di Supernova sono visibili per un tempo molto breve ($10^4 \div 10^5$ anni) rispetto a quello di vita di una Pulsar. A favore delle ipotesi fatte c'è invece il ritmo di natalità di questi oggetti. Dalle osservazioni è possibile stimare che la popolazione di Pulsars nella nostra galassia sia di $\sim 2 \times 10^5$ e che queste Pulsars vivano $\sim 2 \times 10^7$ anni: nasce quindi una Pulsar ogni 100 anni. Il ritmo di esplosione di *Supernovae* è molto simile.

Vi è anche un altro modello che spiega la nascita di Pulsar, questa volta non isolate ma in sistemi binari. In questo caso la Pulsar nascerebbe dal collasso di una Nana Bianca in seguito al superamento della massa limite di Chandrasekhar causato dall'eccessivo accrescimento di materia della stella dalla sua compagna. Così la Nana Bianca si trasformerebbe in una Stella di Neutroni.

1.3.2 Diagramma $B - P$, campi magnetici ed età delle Pulsars

Il grafico più importante ai fini della classificazione e dello studio della evoluzione delle Pulsar è quello che correla il campo magnetico superficiale di questi oggetti (supposto dipolare) e il loro periodo rotazionale (figura 1.3).

Il periodo rotazionale P si osserva direttamente, mentre il valore di B si può costruire osservando il periodo di rotazione e la sua derivata e sfruttando la relazione di proporzionalità esistente tra il campo magnetico superficiale B, P e la sua variazione $\dot{P}$:

$$B^2 \propto P\dot{P}. \tag{1.1}$$

Questa relazione discende dall'assunzione che le Pulsars emettano radiazione di dipolo magnetico a spese della loro energia rotazionale.

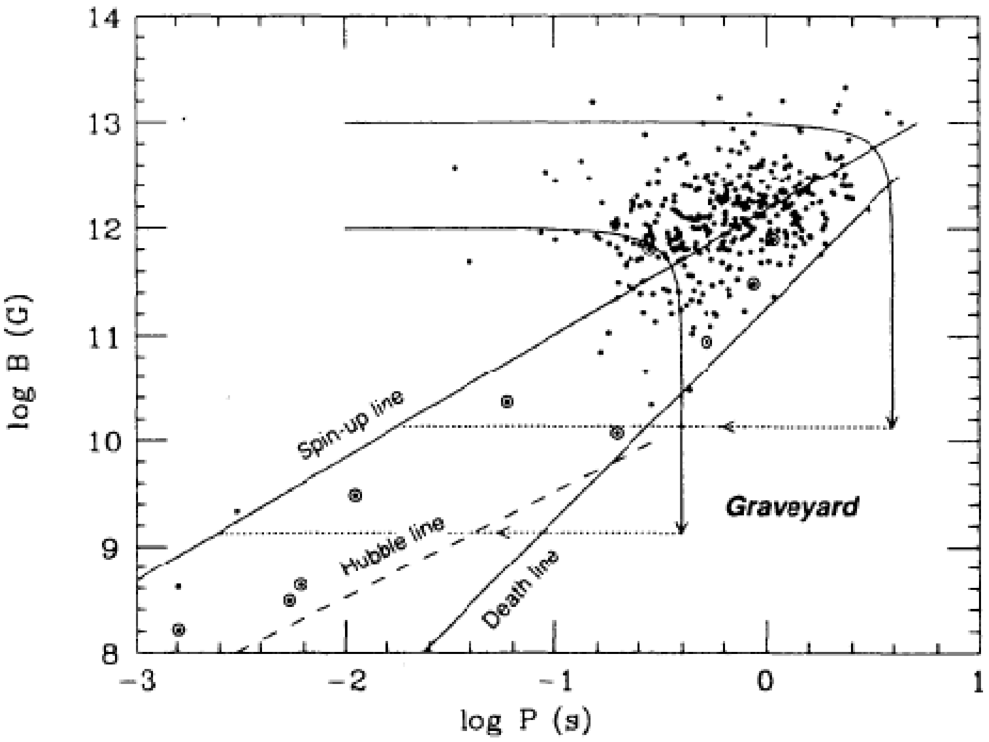


Figura 1.3: Diagramma B-P: campo magnetico-periodo [9].

Età delle Pulsars

L'età delle Pulsars si può stimare in due modi.

- ***Età caratteristica*** *(τ_c):* bisogna conoscere P e $\dot{P}$ da cui, ricordando la formula (1.1) , posso scrivere: $\dot{P} = \frac{dP}{dt} = \text{cost} \cdot B^2 P^{-1}$. Integrando fra il tempo iniziale $t = 0$ ed il tempo attuale $t = \tau_c$, e assumendo che il periodo iniziale di una Pulsar sia ≈ 0, otteniamo:

$$P^2 = 2\text{cost} \cdot B^2 \tau_c$$

Sostituendo a B l'espressione data dalla formula 1.1, ottengo infine

$$\tau_c \approx \frac{P}{2\dot{P}} \tag{1.2}$$

- ***Età cinematica*** *(τ_k):* bisogna conoscere la posizione in altezza sul piano galattico $|z|$. Supponendo infatti che tutte le Pulsars siano nate sul piano galattico, l'età si stima calcolando il tempo che queste stelle impiegano per raggiungere la posizione osservata:

$$\tau_k = \frac{z}{v_z} \tag{1.3}$$

dove z è la distanza dal piano galattico e v_z la componente della velocità perpendicolare ad esso.

1.3.3 Evoluzione di Pulsar isolate

A questo punto si può descrivere la storia di una pulsar seguendola lungo il diagramma $B-P$ (figura 1.3). Le Pulsars nascono nella zona in alto a sinistra di tale diagramma. I loro periodi rotazionali iniziali sono brevissimi ed i loro campi magnetici molto intensi. Fin quando il campo magnetico rimane costante, le Pulsars, invecchiando (cioè perdendo la loro energia rotazionale), si spostano orizzontalmente verso destra. All'inizio l'evoluzione è veloce, poi man mano che la PSR rallenta, l'energia rotazionale emessa diminuisce e lo spostamento verso destra si fa più lento. Ecco perché questa parte (a destra) del diagramma è la più popolata. Alla fine la Pulsar ha rallentato così tanto la sua rotazione che il campo elettrico instauratosi alla sua superficie non riesce più ad estrarre cariche: il segnale radio si spegne e la Pulsar attraversa la cosidetta **linea della morte** (***death line***) entrando in quella zona del diagramma $B-P$ chiamata **valle della morte** (***graveyard***). Questo processo ha luogo in tempi scala di $10^7 \div 10^8$ anni. Su tempi scala più lunghi anche il campo magnetico diminuisce la sua intensità scendendo da $10^{12} \div 10^{13}$ Gauss a $10^8 \div 10^9$ Gauss.

1.3.4 Evoluzione delle Pulsar riciclate

Le Pulsars nate in sistemi binari e che hanno mantenuto il legame con la stella compagna, così come le Pulsars che sono riuscite durante la loro vita ad "acchiappare" un'altra stella, riescono talora a riemergere dalla valle della morte. In questi casi infatti, la Pulsar rallentata fino allo spegnimento può ricevere nuovo "carburante" (sottoforma di energia rotazionale) per riaccendere l'emissione radio (Fig.1.4).

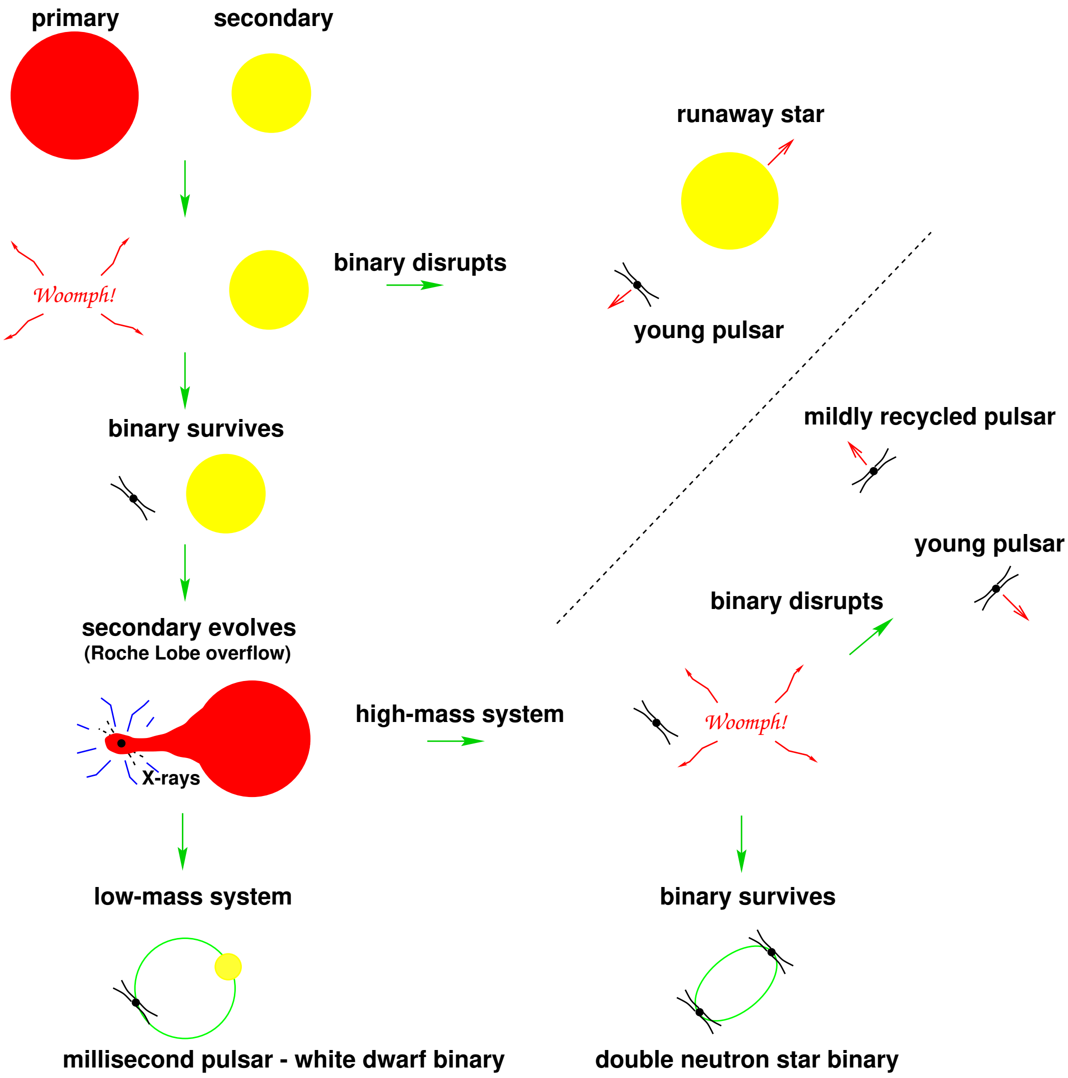


Figura 1.4: Vari scenari evolutivi di un sistema binario [26].

Durante la fase di Pulsar, la Stella di Neutroni oltre ad emettere radiazione, emette anche un forte vento relativistico di particelle tale da spazzare il materiale circostante (della stella compagna) fin oltre il raggio del cilindro di luce e/o quello di cattura gravitazionale (questa fase è detta di ***ejector***). Man mano che la Pulsar si spegne, questi processi diminuiscono di intensità e la materia della stella compagna (che nel frattempo può essere uscita dalla sequenza principale ed essere passata nello stadio di stella gigante) può cominciare a “cadere” verso il centro della buca di potenziale della Stella di Neutroni.

Ci sono dei vincoli però all'accrescimento di materia. Inizialmente, quando la materia della stella compagna comincia ad arrivare fino alla magnetosfera della Pulsar, la velocità di rotazione di quest'ultima è ancora abbastanza alta. Le linee di forza del campo magnetico co-ruotante con la stella di neutroni hanno una velocità maggiore della velocità con cui il gas della compagna si porrebbe in rotazione kepleriana attorno alla prima, quindi questo gas verrà spazzato via: questa è la fase detta di ***propeller***. In questa fase la Pulsar continua a perdere momento angolare rallentando il suo periodo (si muoverà verso destra nel diagramma B-P).

Successivamente la stella compagna può evolvere fino a riempire il Lobo di Roche e quindi inizia un vero e proprio **accrescimento**. Durante questa fase, la materia che cade sulla Stella di Neutroni libera energia gravitazionale sottoforma di radiazione X: in questa fase quindi, osserveremo un sistema binario X. La Stella di Neutroni riguadagna momento angolare ed il suo periodo diminuisce. Questa accelerazione prosegue finché la velocità di rotazione non uguaglia quella delle particelle che si trovano sul bordo interno del disco di accrescimento (se la stella di Neutroni ruotasse più in fretta il materiale accresciuto la rallenterebbe, se ruotasse più adagio verrebbe accelerata). Esiste quindi un periodo di equilibrio che è dato dalla relazione:

$$P_{eq} \sim 2\Big(\frac{R_{NS}}{10^6 \text{ cm}}\Big)^{18/7}\Big(\frac{M_{NS}}{1.5\mathrm{M}_\odot}\Big)^{-5/7}\Big(\frac{H_{NS}}{10^9 \text{ Gauss}}\Big)^{6/7}\Big(\frac{\dot{M}}{\dot{M}_{Edd}}\Big)^{-3/7}\text{millisec}$$

dove R_{NS}, M_{NS} e H_{NS} sono rispettivamente raggio (in centimetri), massa ($M_\odot$, massa solare) e campo magnetico (Gauss) della Stella di Neutroni, $\dot{M}$ è il ritmo con cui la Stella di Neutroni accresce massa, $\dot{M}_{Edd}$ è il *limite di Eddington*, cioè il ritmo massimo con cui una stella può accrescere materia in modo stazionario e sferico. Esiste quindi un valore minimo per il periodo di equilibrio che dipende dal campo magnetico: $P \propto H^{6/7}$. Questa ultima relazione ci aiuta a tracciare la cosidetta **linea di accelerazione** (***spin-up line***). Infatti, a questo punto, con il lento decadere del campo magnetico, diminuisce anche il periodo di rotazione della Pulsar, finché non cessa il processo di trasferimento di materia. Si calcola, per valori tipici di una Stella di Neutroni, che il periodo minimo raggiungibile sia di ~ 1 ms.

Un altro vincolo importante all'accrescimento di materia è quello che la massa trasferita deve superare una certa quantità altrimenti il trasferimento di momento angolare non è sufficiente a riaccendere la Pulsar. Considerando il fatto che c'è un limite al ritmo di accrescimento di massa, ciò significa che la durata di questa fase deve essere abbastanza lunga.

Quando il trasferimento di massa dalla compagna termina, la Stella di Neutroni può riaccendersi come Radio-pulsar; le Pulsars "resuscitate" (o comunemente dette **riciclate**) ricominciano a perdere momento angolare, ma adesso in maniera molto più lenta che nella fase in cui si potevano chiamare "giovani". Infatti il campo magnetico adesso (cioè dopo più di 10^9 anni) non varia quasi più e, sempre per la relazione esistente tra B, P e $\dot{P}$, lo stesso varrà anche per P. Le Pulsars riciclate possono vivere per 10^{10} anni.

1.4 Caratteristiche osservative delle millisecond-Pulsars

- ***Generalità:*** Si chiamano millisecond-Pulsars quelle Pulsars aventi valori del campo magnetico superficiale nell'intervallo $10^7 - 10^9$ Gauss e periodi di rotazione inferiori a qualche decina di millisecondi (convenzionalmente si usa $P < 20$ ms).

- ***Gli impulsi:***
  La forma degli impulsi è diversa per ogni ms-Pulsar (vedi figura 1.5). Inoltre spesso vi è la presenza di un *inter-impulso*, sfasato di 180^o rispetto al primo; questo è dovuto al fatto che, se l'angolo di inclinazione dell'asse magnetico rispetto a quello di rotazione è di circa 90^o, la radiazione emessa ci arriverà da entrambi i poli magnetici della Stella di Neutroni.
  Il rapporto tra la larghezza di un impulso (presa come la larghezza a metà altezza) e il periodo di spin della stella viene chiamato *duty cycle*. In genere il valore del *duty cycle* per le millisecond Pulsars varia intorno al 20% (per una Pulsar isolata esso è $\sim 4\%$)(o 10% secondo Jouteux et al.[19]).

- ***Lo spettro:*** Per le ms-Pulsars la relazione tra flusso di energia emesso e la frequenza alla quale lo si osserva è generalmente una legge di potenza

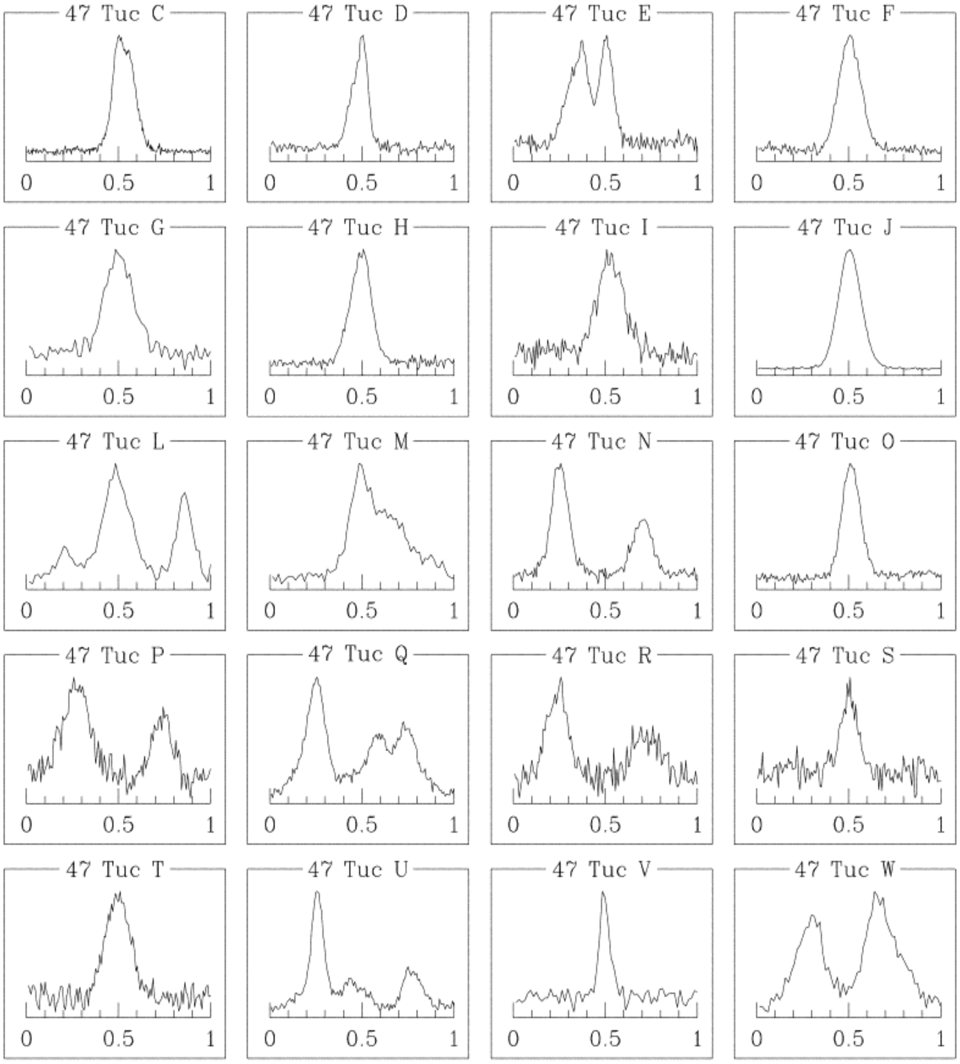


Figura 1.5: Profili di impulsi a 20 cm di alcune millisecond Pulsars scoperte in 47 Tucanae, in funzione della fase rotazionale [3].

($S(\nu) \propto \nu^{-\alpha}$, dove α si chiama indice spettrale) o la somma di più leggi di potenza con un break. Il valore medio di α per una ms-Pulsar è di circa 1.5 (simile a quello delle Pulsars isolate)[21].

La densità di flusso medio per una ms-Pulsar varia tra 0.1 e 10^3 mJy a 400 MHz. All'aumentare della frequenza il flusso di energia emesso cala considerevolmente ed a frequenze superiori a qualche GHz, l'emissione è difficilmente rivelabile (lo stesso vale per una Pulsar ordinaria).

La luminosità radio è inferiore rispetto a quella delle Pulsar normali.

- ***Le distanze:*** La distanza delle pulsar è stimata in diversi modi:

  -nel caso di Pulsars associate a SNR (Resti di Supernovae), si utilizza la stima di distanza di questi ultimi;

  -per Pulsars vicine si calcolano le parallassi trigonometriche (misurate con tecniche interferometriche);

  -per alcune Pulsars collocate nel piano galattico si osservano le linee a 21 cm prodotte da nubi dell'idrogeno neutro (HI) collocate lungo la linea di vista e si sfrutta la conoscenza di un determinato modello di dinamica all'interno della galassia [14];

  -per la maggior parte delle Pulsars si ottiene dalla DM (Misura di Dispersione), disponendo di un modello per la distribuzione della componente ionizzata del mezzo interstellare; in tal caso il DM si misura dalla differenza nel tempo di arrivo del segnale impulsato a diverse frequenze osservative.

- ***Le velocità:*** Le ms-Pulsars hanno velocità trasversali medie di $\sim 80 - 140$ km/s ([26]). Per le Pulsar isolate questi valori si aggirano intorno ai 450 km/s e raggiungono anche i 1000 km/s [44]. Il fatto che si muovano più lentamente rispetto alle Pulsar canoniche è dovuto ai diversi scenari di formazione. È stato dimostrato che, se l'esplosione che genera la Stella di Neutroni è anche solo leggermente asimmetrica, alla stella viene dato un *kick* (calcio) impulsivo nella velocità che può anche essere maggiore di 1000 km/s [41]. Inoltre, se il progenitore della Supernova si trovava in un sistema binario, a questo *kick* finale contribuirà anche la sua velocità orbitale. Le ms-Pulsars però nascono in sistemi binari i quali non sopravviverebbero se la Stella di Neutroni ricevesse una velocità impulsiva così elevata e quindi quelle che osserviamo tendono ad avere velocità più basse.

  Per calcolare le velocità spaziali delle Pulsars si applicano tre metodi:

  - *il metodo interferometrico* che, avendo una stima della distanza, calcola il moto proprio rispetto ad un insieme di sorgenti di riferimento;

- *il metodo del timing* che, sempre conoscendo la distanza, calcola il moto proprio assoluto nel tempo;
- *il metodo della scintillazione interstellare (IIS)* che, sempre conoscendo la distanza, tramite la formula della velocità di scintillazione [15], calcola la velocità trasversa in base alla frequenza di osservazione, il tempo caratteristico di scintillazione e la larghezza di banda di decorrelazione.

- ***L'età:*** Come detto, le millisecond-Pulsars hanno periodi corti (qualche millisecondo) e campi magnetici deboli ($B \sim 10^{7\div9}$ Gauss) rispetto a quelli delle Pulsars ordinarie ($B \sim 10^{10\div12}$ Gauss), quindi si trovano nella parte in basso a sinistra del diagramma B-P. Essendo il risultato di una lunga evoluzione, hanno età particolarmente elevate ($\tau_c \sim 10^{10}$ anni). A dimostrazione del fatto che queste appartengono ad una popolazione stellare vecchia, la distribuzione delle loro velocità è randomatica (le Pulsar normali mediamente si allontanano dal piano galattico). Data la loro storia evolutiva, più dell' 80% di esse si trovano in sistemi binari (le Pulsar ordinarie in sistemi binari sono infatti $\sim 1\%$).

1.5 Le Pulsars in sistemi binari

1.5.1 Classificazione e casistica

Le Pulsars in sistemi binari si dividono fondamentalmente in due classi, sulla base della massa della compagna:

- compagne di piccola massa ($\leq 0.7M_\odot$), prevalentemente Nane Bianche (*White Dwarfs*)
- compagne di grande massa ($\geq 1M_\odot$), cioè Stelle di Neutroni o stelle della sequenza principale.

La formazione di una Pulsar binaria dell'uno o dell'altro tipo dipende essenzialmente dal rapporto iniziale di massa fra le due stelle del sistema binario e dalla loro separazione orbitale.

Attualmente, non è ancora stato trovato nessun sistema binario nel quale entrambe le Stelle di Neutroni siano visibili come radio Pulsars, sebbene almeno tre sistemi formati da due Stelle di Neutroni siano stati osservati: le Pulsar compagne di Pulsar possono essere o troppo deboli per essere osservate, o non vivere abbastanza a lungo come radio-Pulsar, o emettere lungo un cono che non interseca la nostra linea di vista. Inoltre bisogna considerare la rarità di questi sistemi che devono sopravvivere a due esplosioni di *Supernova* (vedi Fig.1.4).

Si conoscono due Pulsars che hanno stelle compagne massive e probabilmente di sequenza principale.

Sono invece numerosi i sistemi del primo tipo osservati fin'ora. Per una dozzina di essi è stata possibile l'identificazione ottica delle Nane Bianche compagne; ciò ci ha talora permesso di poter misurare la loro velocità orbitale (e quindi il rapporto di massa fra le due stelle del sistema) , e la loro età.

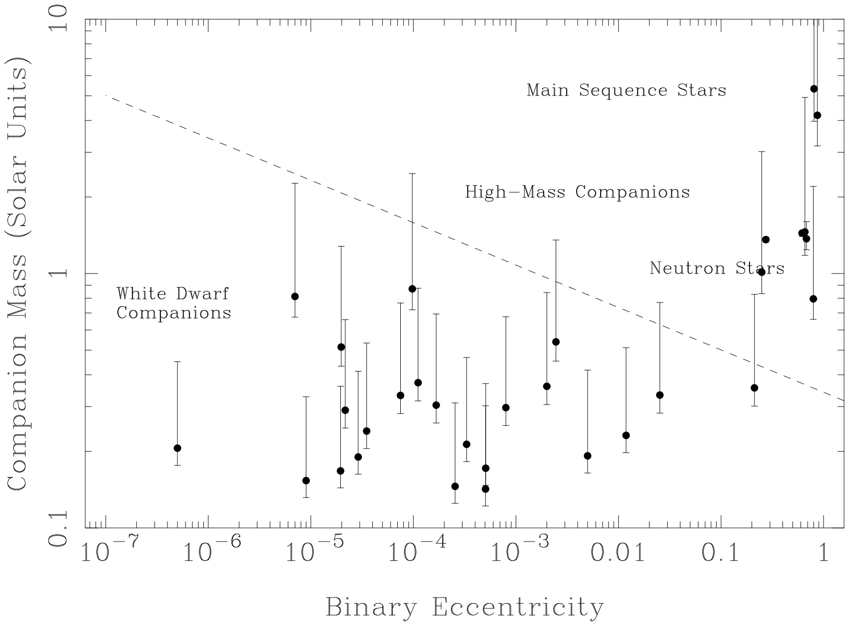


Figura 1.6: Relazione tra massa della compagna ed eccentricità dell'orbita per una campione di 31 Pulsars binarie.

Nella figura 1.6 la linea tratteggiata segna il limite tra sistemi di grande massa (sopra) e sistemi di piccola massa (sotto). Per i sistemi di piccola massa, le orbite sono quasi circolari ($10^{-5} \leq e \leq 0.1$) mentre per quelli di grande massa, sono molto eccentriche ($0.15 \geq e \geq 0.9$).

Un'altra particolarità che differenzia queste due classi di binarie è la differenza nei valori del campo magnetico e del periodo di rotazione della Pulsar; questi valori sono in generale inferiori nei sistemi binari in cui la compagna è una stella di piccola massa.

1.5.2 Parametri Kepleriani

Una Pulsar collocata in un sistema binario costituisce un orologio utilissimo a misurare i parametri del sistema stesso, con una precisione superiore a qualunque misura compiuta in altra banda.

Ricordiamo che la descrizione completa di un sistema binario richiede 3 elementi

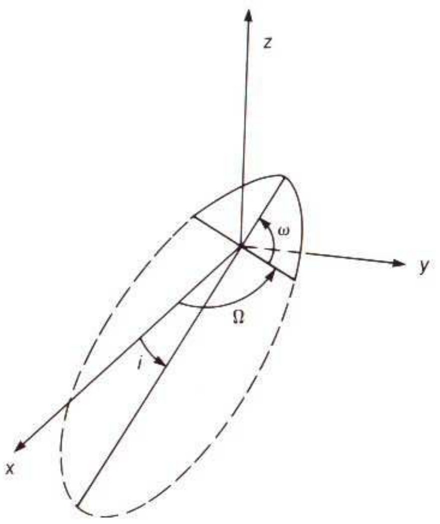


Figura 1.7: Elementi orbitali per un sistema binario. L'osservatore si trova lungo l'asse z; in tal modo l'orbita è vista di taglio (*edge-on*) se $i = \pi/2$.

che ne determinino la forma (a, P_b ed e) ed altri quattro elementi che ne specifichino la sua orientazione rispetto all'osservatore. La lista completa di questi elementi orbitali è allora:

- a_1 (a_2) semiasse maggiore dell'orbita di una (o dell'altra) delle due stelle

- e eccentricità ($0 \leq e < 1$)
- P_b periodo orbitale (intervallo tempo necessario per percorrere un'intera orbita)
- i inclinazione del piano orbitale rispetto al piano del cielo
- Ω angolo dei nodi (vedi figura 1.7)
- ω longitudine del periastro
- T epoca del passaggio al periastro.

Alcuni di questi parametri sono legati tra loro da diverse relazioni, tra cui:

$$a_1 + a_2 = a \tag{1.4}$$

$$a_1 M_1 = a_2 M_2 \tag{1.5}$$

$$P_b^2 = \frac{4\pi^2}{G(M_1 + M_2)} a^3 \tag{1.6}$$

dove, a_1 ed a_2 sono i semiassi maggiori delle orbite delle due stelle, M_1 e M_2 le due masse e G la costante gravitazionale[1]. La relazione 1.5 è il Teorema del centro di massa, mentre la 1.6 è l'espressione della terza legge di Keplero. Una formula che leghi insieme queste quantità è la funzione di massa:

$$f(m) = \frac{(M_2 \sin i)^3}{(M_1 + M_2)^2} = \frac{4\pi^2}{G} \frac{(a_1 \sin i)^3}{P_b^2} \tag{1.7}$$

dove, $a_1 \sin i$ è la componente del semiasse maggiore dell'orbita proiettata lungo la linea di vista.

Osservando le variazioni del periodo di ripetizione dell'impulso ad ogni singola osservazione, si può ricostruire la forma dell'orbita di un sistema binario, e ricavare la misura del periodo orbitale P_b. Un esempio è dato dalla figura 1.8: in questo particolare caso la forma del grafico a sinistra, pressoché sinusoidale, indica la presenza di un'orbita quasi circolare, mentre nel caso a destra si osserva la Pulsar in un sistema binario molto eccentrico. Le quantità P_b ed $a_1 \sin i$ del secondo membro dell'equazione 1.7 sono quindi osservabili, come periodo ed ampiezza delle curve del

[1] $G = 6.6732 \times 10^{-11} \mathrm{Nm^2kg^{-2}}$, dove $[\mathrm{N}] = [\mathrm{m\,kg\,sec^{-2}}]$

tipo di quelle di Figura 1.8.
Usualmente si assume per la Pulsar una massa di $1.4 M_\odot$ e si cerca di porre vincoli sull'inclinazione i (ad esempio sfruttando la presenza o meno di eclissi) per inferire il valore alla massa M_2 della stella compagna.

L'estrema precisione con cui e' possibile determinare il tempo di arrivo degli impulsi integrati di una Pulsar binaria permette d'altro canto di fare di meglio rispetto ad una ricostruzione dell'orbita basata sulle semplici variazioni osservate dei periodi di rotazione. È infatti possibile riuscire ad ottenere parametri orbitali così precisi da prevedere non solo il periodo rotazionale ma anche la *fase rotazionale* di una Pulsar in ogni punto della sua orbita. Questo tipo di soluzioni orbitali (frutto di osservazioni ripetute per molti mesi, che vanno sotto il generico nome di Timing della Pulsar) si dicono soluzioni *coerenti* appunto perchè contengono informazioni anche sulla fase della sorgente. E' grazie ad esse che possono essere messi in rilievo effetti orbitali di ordine superiori rispetto a quelli Kepleriani, quali ad esempio effetti di natura relativistica, di cui si discute nel prossimo paragrafo.

1.5.3 Parametri post-Kepleriani (PK)

Il moto delle Pulsar binarie in orbite particolarmente strette e massa della compagna elevata richiede di essere trattato con un approccio relativistico. Una volta ottenuta una soluzione *coerente* per questi sistemi, si possono determinare i valori dei 5 parametri orbitali post-Kepleriani, che ci permettono sia di ottenere stime più precise della massa totale del sistema binario, sia di testare la validità della attuali teorie della relatività generale.
In particolare i 5 parametri post-Kepleriani $\dot{\omega}$, γ, $\dot{P}_b$, r e s si legano alle masse dei costituenti del sistema binario ed ai parametri Kepleriani secondo le seguenti relazioni:

- (avanzamento del periastro)
  $\dot{\omega} = 3\left(\frac{P_b}{2\pi}\right)^{-5/3}(T_\odot M)^{2/3}(1-e^2)^{-1}$
- (dilatazione temporale o redshift gravitazionale)

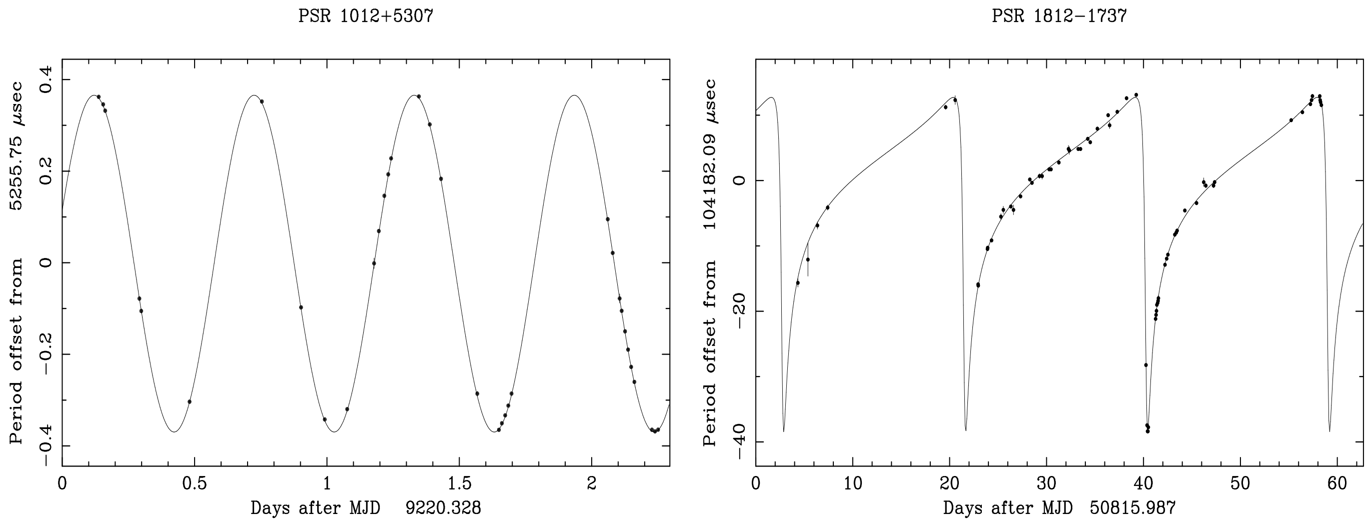


Figura 1.8: Curve rappresentanti le variazioni orbitali del periodo di rotazione di due Pulsar. Sinistra: PSR J1012+5307, una 5.25-ms Pulsar in un'orbita circolare di 14.5 h attorno ad una Nana Bianca di piccola massa [30]. Destra: PSR J1811-1736, una 104-ms Pulsar in un'orbita fortemente eccentrica di 18.8 giorni attorno ad una compagna massiva (forse un'altra Stella di Neutroni) [28].

$$\gamma = e\left(\frac{P_b}{2\pi}\right)^{1/3} T_\odot^{2/3} M^{-4/3} m_c (m_p + 2m_c)$$

- (variazione del periodo orbitale)
  $$\dot{P}_b = -\frac{192\pi}{5}\left(\frac{P_b}{2\pi}\right)^{-5/3}\left(1 + \frac{73}{24}e^2 + \frac{37}{96}e^4\right)(1-e^2)^{-7/2}\, T_\odot^{5/3}\, m_p m_c M^{-1/3}$$

- (*range* nel ritardo dei tempi di Shapiro)
  $$r = T_\odot m_c$$

- (forma (*shape*) nel ritardo dei tempi di Shapiro)
  $$s = x\left(\frac{P_b}{2\pi}\right)^{-2/3} T_\odot^{-1/3} M^{2/3} m_c^{-1}$$

dove $M = m_p + m_c$, $T_\odot = GM_\odot/c^3 \approx 4.925\mu$ s, $s = \sin\, i$ e $x = a_p \sin\, i/c$.

La stima dei valori delle masse delle due stelle orbitanti migliora all'aumentare del numero dei parametri misurati.

Nel caso di alcune Pulsars come la B1913+16, i valori trovati di questi particolari parametri, sono in perfetto accordo con le predizioni della relatività generale (vedi

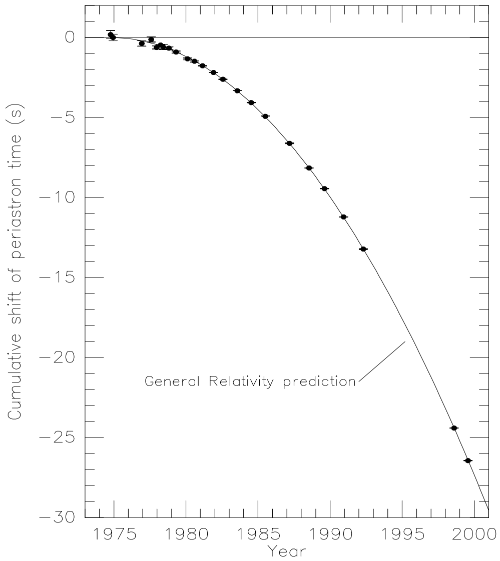


Figura 1.9: Decadimento orbitale della Pulsar binaria B1913+16; si nota un decremento del periodo orbitale dovuto al decadimento dell'orbita. La parabola mostra la predizione su questo fenomeno della teoria della relatività generale [26].

fig.1.9); inoltre il valore trovato per $\dot{P}_b$ conferma che il sistema perde energia sottoforma di onde gravitazionali con lo stesso ritmo calcolato dalla teoria della relatività generale [42].

Le uniche residue incertezze in queste determinazioni sono dovute alla poca precisione sulla misura delle distanze delle Pulsars. Se fossimo in grado di dire con certezza che le teorie della relatività generale sono valide, invertendo le formule sarebbe facile stabilire con estrema precisione la distanza di questi oggetti.

Capitolo 2

Pulsars in Ammassi Globulari

In questo capitolo si focalizza l'attenzione sulla classe delle Pulsars a millisecondo contenute negli Ammassi Globulari. Dopo aver spiegato perché questi sistemi stellari siano un luogo ideale per la formazione di questo tipo di radiopulsars si esaminano le ragioni per cui la loro scoperta è di rilevante utilità ai fini di investigare molte questioni Astrofisiche, sia concernenti gli Ammassi Globulari, sia la natura delle stesse Stelle di Neutroni. Purtroppo, a dispetto della loro prevista abbondanza, le Pulsars a millisecondo contenute negli Ammassi Globulari sono oggetti cosmici difficili da scoprire e l'ultima parte del capitolo è dedicata a spiegarne i motivi.

2.1 Dove si trovano le millisecond-Pulsars

Delle 90 Pulsars "riciclate" oggi conosciute (Dicembre 2000) [26], ben 62 appartengono a sistemi binari e di queste 62, 25 si trovano all'interno di Ammassi Globulari (*Globular Clusters*, GC). Ancora, le millisecond Pulsars (MSPs) isolate nei GCs sono 18. Soltanto 10 millisecond Pulsar isolate si trovano nel campo galattico. Sommando ms-Pulsar isolate e binarie si calcola (al 2000) che 43 sono oggetti degli Ammassi Globulari mentre ve ne sono 47 conosciute nel campo galattico. Ricordando che la massa totale di tutti i GCs è al più $10^8 M_\odot$ (meno di 1/1000 della massa totale del Disco Galattico) ne consegue che gli Ammassi Globulari ospitano una notevole sovrabbondanza di ms-Pulsars rispetto al campo galattico.

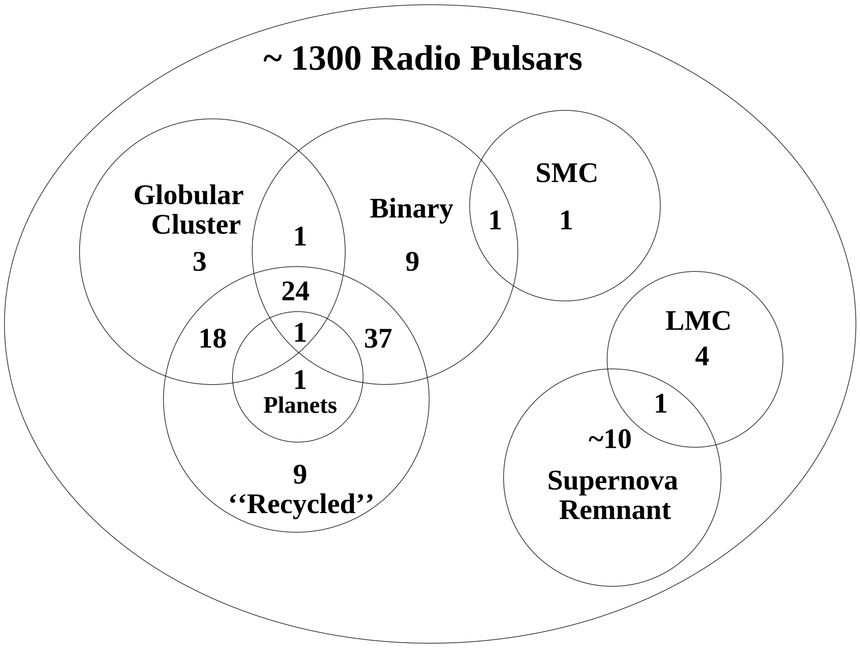


Figura 2.1: Locazioni e numero di vari tipi di Pulsars conosciute (Dicembre 2000). La Grande e la Piccola nube di Magellano sono rispettivamente LMC e SMC.

2.1.1 Differenze fra le ms-Pulsars negli Ammassi Globulari e nel campo galattico

Le ms-Pulsars all'interno di *Globular Clusters* formano una particolare classe di Pulsars: hanno periodi orbitali più corti ($P_b \sim 0.07 \div 6$ giorni) rispetto a quelli delle ms-Pulsars di campo (per le quali P_b può raggiungere anche i 100 giorni), orbite più strette (semiasse maggiore proiettato $x \sim 0.04 \div 3$ secondi-luce contro $x \sim 1 \div 50$ secondi-luce per i sistemi nel piano Galattico) e per lo più circolari, e compagne di massa considerevolmente più piccola ($m_c \sin i \sim 0.01 - 0.1 M_\odot$) rispetto a quella dei sistemi binari nel piano galattico [37].

Queste differenze verrano spiegate alla luce di quanto esposto nel successivo paragrafo 2.2.

2.2 Perché gli Ammassi Globulari ospitano molte ms-Pulsars?

La sovrabbondanza di ms-Pulsars negli Ammassi Globulari è dovuta al fatto che esistono due canali per la loro formazione: **(a)** uno è quello che agisce anche sulla produzione di ms-Pulsars nel campo galattico, ovvero il trasferimento di massa in un sistema binario "primordiale" da una compagna verso una Stella di Neutroni, secondo le modalità descritte nel paragrafo 1.3.4; **(b)** l'altro canale è dovuto alle condizioni di alta densità stellare nell'interno degli Ammassi Globulari, favorevoli per l'interazione tra le stelle secondo un processo che è invece virtualmente impossibile nel Disco Galattico.

Sono due in particolare i meccanismi che si crede operino nei GCs in maniera tale da favorire l'incontro tra Stelle di Neutroni e stelle ordinarie per formare sistemi binari che siano progenitori delle ms-Pulsars; questi sono:

- **cattura mareale**: è un meccanismo a due corpi in cui una stella ordinaria, passando entro una certa distanza d ($R < d < 3R$) da una Stella di Neutroni (NS) (di raggio R), viene catturata dal potenziale gravitazionale di quest'ultima e inizia ad orbitare intorno ad essa;

- **incontri di scambio**: questo meccanismo coinvolge una Stella di Neutroni ed un sistema binario formato da due stelle ordinarie meno massicce della Stella di Neutroni; si crea dapprima un sistema triplo e conseguentemente viene esplusa la stella meno massiva del sistema binario primordiale.

Questi meccanismi avvengono soprattutto nel nucleo degli Ammassi, dove ci sono le maggiori densità stellari. Il nucleo infatti è fra l'altro il luogo in cui si trovano la maggior parte degli oggetti massivi (come, appunto, le Stelle di Neutroni ed i sistemi binari) a causa del processo di **segregazione di massa**: se il *Cluster* ha raggiunto l'equilibrio termico tutte le popolazioni stellari che gli appartengono hanno la stessa energia cinetica media, dunque le popolazioni maggiormente massive avranno velocità minori e saranno maggiormente vicine al centro della buca di potenziale gravitazionale dell'Ammasso [12]. La maggior parte delle Pulsars in GC si trovano

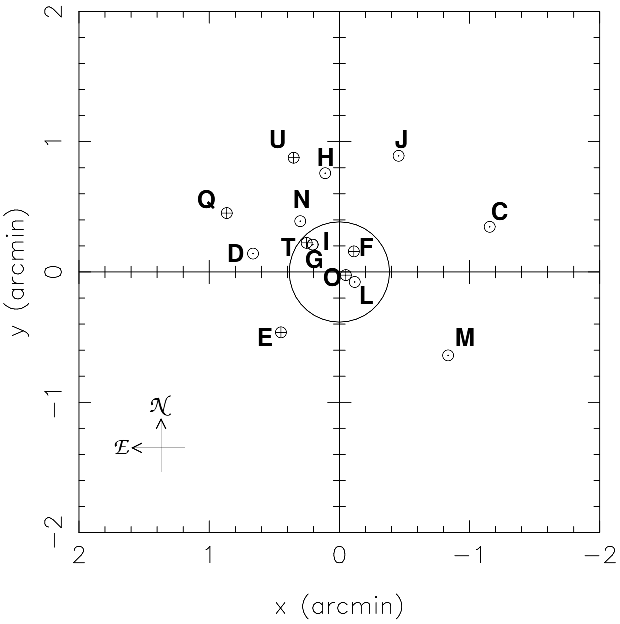


Figura 2.2: Posizione di 15 Pulsars in 47 TUC (proiettate sul piano celeste). Il cerchio centrale indica il raggio del nucleo. Le Pulsars indicate con $\oplus$ hanno una variazione osservata del periodo rotazionale di segno positivo, mentre quelle indicate con $\odot$ hanno variazione negativa [12].

infatti nelle vicinanze o all'interno del nucleo, come si può notare dall'esempio di figura 2.2. Il ritmo delle interazioni dinamiche nel nucleo dell'Ammasso ed il riciclaggio di Pulsars dipende tuttavia dalla fase evolutiva dell'Ammasso in questione e dovrebbe tendenzialmente aumentare quando le densità centrali sono maggiori. In tal senso la formazione di ms-Pulsars dovrebbe essere favorita in quegli Ammassi Globulari che hanno conosciuto o stanno vivendo la cosidetta fase di ***core collapse***.

In prima approssimazione, il collasso del nucleo di un *Globular Cluster* si può interpretare come conseguenza dell'evaporazione dalle sue regioni più esterne di quelle stelle che occupano la coda d'alta velocità della distribuzione maxwelliana e tali quindi che la loro energia cinetica sia maggiore di quella di fuga dall'Ammasso. A causa di questa perdita di stelle, l'energia totale del *Cluster* diminuisce ed il nucleo deve contrarsi per mantenere l'equilibrio tra energia gravitazionale ed energia cinetica. La contrazione si arresta prima di raggiungere una singolarità a densità infinita grazie alla formazione di binarie strette nelle regioni centrali: se un sistema binario incontra una terza stella nella interazione gravitazionale sovente succede che la stella singola guadagna energia cinetica a spese dell'energia orbitale del sistema binario. Questi incontri possono quindi "riscaldare" l'ambiente dell'Ammasso e controbilanciare il collasso del nucleo.

L'esistenza di un secondo canale per la formazione di MSPs è alla base delle differenze citate nel paragrafo 2.1.1 fra i sistemi binari ospitanti ms-Pulsars osservati negli Ammassi Globulari e quelli visti del piano Galattico: i periodi orbitali più corti e le orbite più strette sono dovuti al fatto che, in presenza di alte densità stellari, soltanto oggetti legati gravitazionalmente tra loro in maniera molto stretta riescono a sopravvivere ai numerosi scontri con altre stelle o con altri sistemi binari.

2.2.1 Stima del numero di Pulsars all'interno degli Ammassi Globulari

Assumendo valida una legge di distribuzione di luminosità delle Pulsars appartenenti ad Ammassi Globulari (GC), possiamo stimare la quantità di quelle che sono potenzialmente osservabili.

La luminosità radio (L_ν) a frequenza ν di una Pulsar collocata in un Ammasso Globulare si stima dalla sua densità di flusso alla stessa frequenza (S_ν) e dalla distanza (D) dell'Ammasso dall'osservatore: $L_\nu = S_\nu D^2$ (per le Pulsars questa è espressa in unità di mJy kpc^2). Misurando questa *pseudo*-luminosità (*"pseudo"* perché non si tiene conto delle anisotropie nella emissione del segnale radio pulsato), per ciascun Ammasso possiamo ottenere una funzione di luminosità della forma:

$$\Phi(L) = k_1 L^{-n} \,, \tag{2.1}$$

dove $\Phi(L)$ è il numero di Pulsars per unità logaritmica che hanno luminosità uguale ad L e k_1 è una costante positiva. Ciascun GC avrà un valore diverso per l'indice n (~ 1).

Possiamo scrivere l'equazione 2.1 anche come

$$N(L) \,=\, k_2 L^{-(n+1)} \,, \tag{2.2}$$

dove $N(L)$ è il numero di Pulsars che hanno luminosità L.

Integrando la 2.2 e imponendo una luminosità minima (L_{min}) al di sotto della quale non osserviamo più Pulsars, otteniamo:

$$N(\geq L_{min}) = \frac{k_2}{n} L_{min}^{-n} \,, \tag{2.3}$$

dove $N(\geq L_{min})$ è il numero di Pulsars con luminosità superiore o uguale a quella minima osservata [38].

Una stima più accurata di questo numero, si ottiene dalla

$$N \sim k_3 \frac{(1+\beta)}{\bar{f}} \tag{2.4}$$

nella quale k_3 è un fattore che tiene conto del risultato della 2.3 e dove vengono però presi in considerazione ulteriori fattori che potrebbero rendere inosservabili le Pulsars, come quello dovuto all'accelerazione Doppler che tende a cancellare l'effetto impulsivo $(1+\beta)$ e quello dovuto all'orientazione del *beam* di emissione radio ($\bar{f} \leq 1$). A livello teorico si può mostrare che la costante k_3 deve variare a seconda della fase evolutiva del *Cluster* ed è sensibile alla scelta del modello teorico utilizzato per descrivere la formazione dei sistemi binari: in generale essa risulta maggiore per Ammassi nella fase di *core collapse*.

Osservativamente, utilizzando la 2.4, si stima che all'interno degli Ammassi Globulari galattici ci siano circa $1500\frac{(1+\beta)}{\bar{f}} \sim 10^4$ Pulsars, la maggior parte delle quali però inosservabili a causa della loro grande distanza [22]. Sebbene vada ribadito che questo valore è molto incerto, esso è comunque circa due ordini di grandezza superiore al numero di Pulsars in GCs oggi conosciute, il che significa che molte altre ancora attendono di essere scoperte.

2.3 Astrofisica con le Pulsars in Ammassi Globulari

2.3.1 Parametri dei *Globular Clusters* ricavabili dal TIMING delle loro Pulsars

Lo studio della popolazione delle millisecond-Pulsars ospitate negli Ammassi Globulari è molto importante poiché consente di ricavare informazioni sulla dinamica ed evoluzione di questi sistemi stellari, a loro volta fondamentali per comprendere la formazione e le prime fasi evolutive della Galassia.

Alla base delle opportunità fornite in questo campo dalle Pulsars c'è il fatto, già sottolineato nel precedente capitolo, che i valori di alcuni parametri di queste Stelle di Neutroni, come il loro periodo, la derivata del periodo, la posizione e la misura di dispersione, possono essere ottenuti con grande precisione attraverso il regolare monitoraggio dei tempi di arrivo del segnale impulsato su un esteso periodo temporale: tale procedura prende il nome di Timing.

Spesso, le derivate dei periodi osservati delle Pulsars in GC sono negative, cioè si osserva una diminuzione del loro periodo di *spin*, contro la teoria standard sull'evoluzione delle Pulsars che prevede il rallentamento del loro moto rotazionale a seguito della emissione di dipolo. L'apparente diminuzione del periodo di *spin* è quasi sempre imputabile all'effetto Doppler sul segnale dovuto alla accelerazione delle Pulsars nel campo gravitazionale dell'Ammasso. In particolare, la componente del vettore accelerazione lungo la linea di vista è diretta verso di noi quando la Pulsar si trova nella parte dell'Ammasso più lontana dalla Terra e, viceversa, la componente del vettore accelerazione è diretta in verso opposto quando la Pulsar è collocata nella sezione dell'Ammasso più vicina alla Terra. Nel primo caso, l'accelerazione può produrre $\dot{P}$ negativi, nel secondo caso fa aumentare il modulo di $\dot{P}$ (conservando la sua positività). In particolare vige la seguente relazione tra periodo osservato ($\dot{P}_{obs}$) e periodo intrinseco ($\dot{P}_{intr}$) della Pulsar:

$$\frac{\dot{P}_{obs}}{P_{obs}} = \frac{\dot{P}_{intr}}{P_{intr}} + \frac{a_l}{c} \tag{2.5}$$

dove a_l è a componente lungo la linea di vista dell'accelerazione della Pulsar relativa al baricentro del sistema solare. L'equazione 2.5 trascura gli effetti dovuti al moto proprio, dato che sono insignificanti a causa della grande distanza e delle probabili basse velocità delle Pulsars appartenenti a GCs.

Se la componente dell'accelerazione a_l è dovuta alla forza esercitata su di essa dal campo gravitazionale dell'Ammasso, vale:

$$a_l = -\frac{GM(<r)}{r^2}\frac{l}{r} \tag{2.6}$$

dove l è la distanza perpendicolare tra la Pulsar ed il piano del cielo che passa attraverso il centro dell'Ammasso, r è la distanza della Pulsar dal centro dell'Ammasso e $M(< r)$ è la massa contenuta all'interno della sfera, concentrica all'Ammasso, sulla quale si trova la Pulsar (vedere Fig.2.3). Se a_l è tale che il secondo termine della parte a destra dell'equazione 2.5 domina ed è negativo, il che richiede $l > 0$ (cioè la Pulsar si deve trovare dall'altra parte del *Cluster* rispetto alla Terra), il risultato sarà una derivata del periodo misurato negativa.

A differenza dei valori di $\dot{P}$, quelli della derivata seconda $\ddot{P}$ del periodo rotazionale

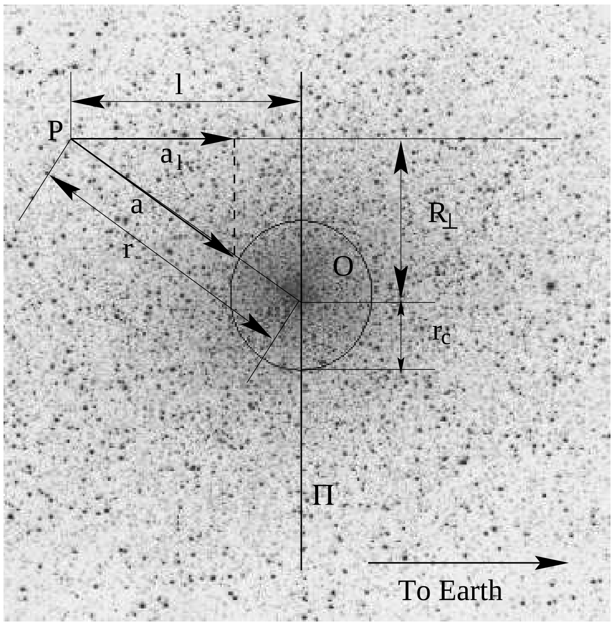


Figura 2.3: Π è il piano perpendicolare alla linea di vista che passa attraverso iol centro dell'Ammasso (punto O) con raggio del nucleo r_c. Per una Pulsar nel punto P, $R_\perp$ è la distanza proiettata dal centro dell'Ammasso ed a è la sua accelerazione verso il centro. La componente di a lungo la linea di vista è a_l, l'unica rilevabile da Terra [12].

di una Pulsar situata nel denso ambiente di un Ammasso Globulare possono essere modificati sia dall'effetto dell'intero campo gravitazionale dell'Ammasso sia con elevata proabilità dalle interazioni gravitazionali fra la stessa Pulsar e altre stelle dell'Ammasso. Studi basati sul "Timing" di ms-Pulsars nei GCs possono quindi essere usati per derivare informazioni anche sullo stato dinamico delle stelle normali (di sequenza principale) dell'Ammasso [38].

***Densità centrale*:**

La misura di $\dot{P}_{obs}$ può essere utilizzata per determinare la densità centrale degli Ammassi Globulari.

Dall'equazione 2.5 , data una misura della variazione del periodo osservato negativa, otteniamo [11]:

$$\Big|\frac{\dot{P}_{obs}}{P_{obs}}\Big| < \Big|\frac{a_l}{c}\Big| \qquad \text{cioè} \qquad |a_l| > \Big|\frac{\dot{P}_{obs}}{P_{obs}}\Big| c\,. \tag{2.7}$$

Quindi possiamo ottenere un limite inferiore al valore di $|a_l|$. Combinata con $R_\perp$ (distanza proiettata sul piano Π (vedi fig.2.3) della Pulsar dal centro dell'Ammasso) e con un valido modello per la distribuzione della massa del GC, l'equazione 2.7 può essere utilizzata per porre dei limiti inferiori alla densità centrale di massa dell'Ammasso.

Considerando gli effetti gravitazionali dell'Ammasso sulla Pulsar, l'accelerazione a_l può essere scritta come:

$$a_l = -\frac{GM}{R_\perp^2}\cos^2\theta\,\mathrm{sen}\theta \tag{2.8}$$

dove θ è l'angolo tra il vettore accelerazione della Pulsar ed il piano del cielo e M la massa contenuta all'interno della sfera su cui si trova la Pulsar (vedi fig.2.3).

Supponendo che le regioni interne del GC siano in equilibrio isotermo, la distribuzione della massa col raggio, $M(r)$, può essere approssimata dalla formula:

$$M(r) = 8\pi\rho(0)k^2 r \tag{2.9}$$

dove $\rho(0)$ è la densità centrale dell'Ammasso, k è la lunghezza di Jeans nel centro dell'Ammasso ($\sim \frac{r_c}{3}$ assumendo un profilo di densità del tipo di King [20]) e r_c è il raggio del *core* dell'Ammasso. Combinando le equazioni 2.8 e 2.9 e ponendo $r = \frac{R_\perp}{\cos\theta}$,

$$\rho(0) = \Big|\frac{a_l R_\perp}{4\pi k^2 G \sin 2\theta}\Big| \tag{2.10}$$

che diventa minima quando sin 2θ =1. Allora:

$$\rho(0) \;>\; \Big|\frac{a_l R_\perp}{4\pi k^2 G}\Big| \;=\; \Big|\frac{9c\,R_\perp \dot{P}_{obs}}{4\pi G r_c^2 P_{obs}}\Big|\,. \tag{2.11}$$

***Rapporto massa-luminosità*:**

La componente dell'accelerazione lungo la linea di vista di una Pulsar è l'unica potenzialmente rilevabile dalla Terra. Sempre in riferimento alla figura 2.3, il raggio del nucleo (*core*) dell'Ammasso è dato da $r_c = D\theta_c$ dove D è la distanza della Pulsar dal baricentro del Sistema Solare e θ_c è il raggio angolare del nucleo. La distanza effettiva della Pulsar dal centro dell'Ammasso, r, è sconosciuta, così come anche quella, detta l, dal piano Π; noi conosciamo soltanto la distanza proiettata della Pulsar dal centro del GC: $R_\perp = D\theta_\perp$.

Utilizzando semplicemente a_l e $R_\perp$, possiamo dedurre un valore minimo per il rapporto massa-luminosità delle regioni interne dell'Ammasso. In accordo con Phinney (1993) [32], e per tutti i $\theta_\perp$, è valida la seguente espressione:

$$\left|\frac{\dot{P}_{obs}}{P_{obs}}(\theta_\perp)\right| < \left|\frac{a_{l,max}(\theta_\perp)}{c}\right| \simeq 1.1\frac{G}{c}\,\frac{M_{cyl}(<\theta_\perp)}{\pi D^2\theta_\perp^2} \tag{2.12}$$

dove $M_{cyl}(<\theta_\perp)$ è la massa di tutta la materia che si trova ad una distanza proiettata inferiore a $\theta_\perp$, cioè che è contenuta nel volume del cilindro di raggio $R_\perp$ [6]. Introducendo nella 2.12 la brillanza superficiale media all'interno della linea di vista sottesa dall'angolo $\theta_\perp$ rispetto al centro dell'Ammasso ($\Sigma_V(<\theta_\perp)$) ed il valore medio del rapporto massa-luminosità (proiettata) ($\mathcal{M}/\mathcal{L_V}$) nella banda V, otteniamo:

$$\left|\frac{\dot{P}_{obs}}{P_{obs}}(\theta_\perp)\right| c \;<\; 5.1 \;\times\; 10^{-18}\frac{\mathcal{M}}{\mathcal{L_V}}\left[\frac{\Sigma_V(<\theta_\perp)}{10^4\,L_{V,\odot}\,\mathrm{pc}^{-2}}\right]\;. \tag{2.13}$$

Una stima della brillanza media superficiale dell'Ammasso nella banda V (indipendente dalla distanza D dell'Ammasso e dipendente solo dall'estinzione interstellare) e la misura del $\dot{P}_{obs}/P_{obs}$ forniscono quindi un limite minimo per il valore del rapporto massa-luminosità.

***Moto proprio*:**

Ripetendo le osservazioni di Timing di una Pulsar per qualche anno, si può determinare il suo moto proprio [12]. in particolare, l'assunzione di equilibrio termico per le Pulsars in un Ammasso implica che, se si osserva un numero congruo di Pulsars in un Ammasso, una misura dei moti propri di queste Pulsars permette una misura del moto proprio dell'Ammasso Globulare. Possiamo infatti fare una media pesata dei moti delle Pulsars poiché i loro moti peculiari sono di solito più piccoli degli errori nelle misure individuali ottenuti da pochi anni di osservazione [11]. Tutto ciò ci serve a migliorare la conoscenza della traiettoria del GC all'interno della Galassia. Protraendo le osservazioni di Timing per molti anni, può essere infine possibile studiare il moto delle Pulsars rispetto al centro dell'Ammasso.

***Presenza di gas negli Ammassi Globulari*:**
Come già detto, le ms-Pulsars all'interno di Ammassi Globulari fungono da traccianti del campo campo gravitazionale dell'Ammasso che le ospita. Quindi, assumendo valida una legge che descriva il campo gravitazionale di un Ammasso Globulare, si può utilizzare la misura di $\dot{P}_{obs}/P_{obs}$ per ottenere una stima della posizione tridimensionale di una Pulsar all'interno dell'Ammasso Globulare [11].
Compiuta questa operazione, nel caso dell'Ammasso Globulare 47 Tucanae si è notata la sussistenza di una relazione di diretta proporzionalità tra la posizione delle Pulsar dentro l'Ammasso e la loro misura di dispersione DM (vedere paragrafo 3.1.1): le Pulsar che si trovano nella parte più distante da noi dell'Ammasso hanno una DM sistematicamente maggiore (vedi Fig.2.4).
Queste variazioni di DM non possono essere semplicemente il risultato di variazioni della densità di elettroni lungo differenti linee di vista nel mezzo interstellare, perchè sono 10 volte più grandi di quelle previste [31] teoricamente. È invece molto probabile che esse siano dovute alla presenza di un plasma di elettroni liberi all'interno dell'Ammasso.

Un modo semplice per stimare la densità di questo plasma uniforme (n_e) nelle regioni centrali dei *Globular Clusters* consiste nel calcolare il rapporto tra la dispersione (σ) delle misure di DM e la dispersione unidimensionale delle loro distanze dal centro dell'Ammasso nel piano del cielo ($\theta_\perp$D):

$$n_e \simeq \frac{\sigma DM}{\sigma(\theta_\perp D)}, \tag{2.14}$$

dove la distanza del *Cluster* (D) può essere calcolata anche da osservazioni in altre

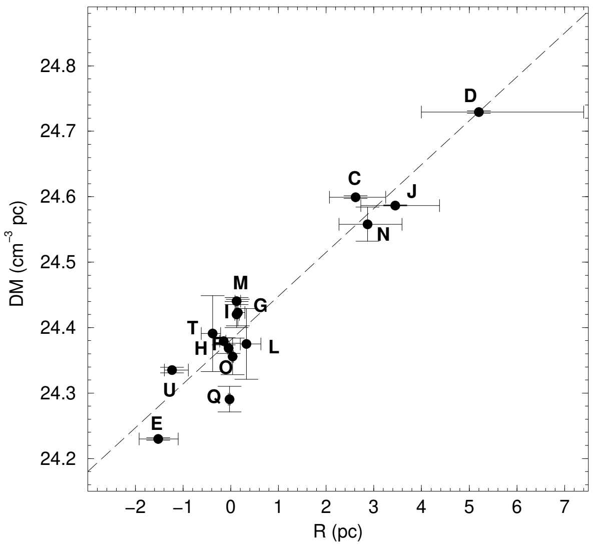


Figura 2.4: Relazione fra la misura di dispersione DM e la distanza lungo la linea di vista rispetto al centro dell'Ammasso per 15 ms-Pulsar dell'Ammasso 47 Tucanae. Si osserva una forte correlazione tra le due quantità e si deduce una densità di elettroni liberi $n_e = 0.067 \pm 0.015$ cm^{-3} [11].

bande di frequenza e si assume che la distribuzione delle Pulsars sia sfericamente simmetrica.

2.3.2 Alla ricerca di *sub*-millisecond Pulsars e binarie "esotiche"

Un *Globular Cluster* potrebbe essere il luogo ideale per la formazione anche delle cosidette *sub*-millisecond Pulsars, cioè Pulsars con periodi di rotazione inferiori a quello minimo attualmente conosciuto, cioè quello della $B1937+21$ ($P = 1.56$ ms). Il gran numero di interazioni dinamiche nel nucleo dell'Ammasso può infatti favorire lo svilupparsi di ripetute fasi di riciclaggio (*recycling*) da parte di stelle donatrici diverse su una medesima Stella di Neutroni ed il conseguente maggiorato accumulo di massa e momento angolare potrebbe portare la stella a ruotare molto più rapidamente rispetto alla comuni ms-Pulsars nel Disco Galattico che hanno conosciuto solo una fase di *recycling*.

La scoperta di una *sub*-millisecond Pulsar ci aiuterebbe da un lato a determinare meglio l'entità della popolazione di Pulsars appartenenti a GCs, ma sarebbe soprattutto fondamentale per porre dei limiti all'equazione di stato della materia ultra-densa.

Infatti, applicando semplicemente la meccanica newtoniana si ricava una formula per il periodo limite (inferiore) di una Stella di Neutroni bilanciando la sua accelerazione centrifuga e gravitazionale:

$$\frac{GM_{NS}}{{R_{NS}}^2} = \omega^2 R_{NS}$$

dove G è la costante gravitazionale e M_{NS}, R_{NS} ed ω sono rispettivamente la massa, il raggio e la velocità angolare di rotazione della Stella di Neutroni. Di qui si ricava il periodo minimo P_{min} di rotazione:

$$P_{min} > 0.46 \left(\frac{R_{NS}}{10\text{km}}\right)^{3/2} \left(\frac{1.4M_{\odot}}{M_{NS}}\right)^{1/2} \text{ms.} \tag{2.15}$$

Quindi, per valori tipici di una Stella di Neutroni, il periodo minimo dovrebbe essere $P_{min} = 0.46$ ms, al di sotto del quale la stella si dovrebbe disgregare per effetto centrifugo. Le cose in realtà non sono proprio così semplici: una Stella di Neutroni infatti, è un oggetto relativistico. Comunque, applicando compiutamente la relatività generale si osserva che la predizione classica subisce solo una modesta correzione di un fattore 7/4 in più, cioè verso periodi minimi più lunghi. Ciò che resta sostanzialmente immutata è la dipendenza del periodo minimo di distruzione centrifuga dalla potenza 3/2 del raggio della stella e dalla potenza -1/2 della sua massa.

Esistono due fondamentali classi di **equazioni di stato** che descrivono la materia neutronica ultradensa e determinano la struttura della stella: esse in particolare predicono il raggio di una Stella di Neutroni una volta assegnata la sua massa [2]. Secondo la prima classe (detta delle equazioni di stato *stiff*), per valori tipici della massa di una Stella di Neutroni ($1.4M_{\odot}$), il raggio della stella sarebbe $R_{stiff} \simeq 16$ km, mentre la seconda (detta dalle equazioni di stato *soft*) prevede $R_{soft} \simeq 9.2$ km (quindi densità maggiori).

Utilizzando questi valori, si ottengono ovviamente diverse stime del periodo minimo rotazionale accessibile ad una Stella di Neutroni canonica, ossia avente una massa di $1.4M_\odot$:

$$P_{stiff} \geq 1.5\,\text{ms} \quad \text{e} \quad P_{soft} \geq 0.6\,\text{ms}\,.$$

Scoprire quindi Pulsars con periodi di rotazione inferiori ad 1 ms significherebbe escludere le equazioni di stato di tipo *stiff* e darebbe credito alle teorie delle interazioni nucleari che prevedono una equazione di stato *soft* per la materia ultradensa.

Inoltre, Pulsars con periodi brevissimi di rotazione permetterebbero di raggiungere una precisione ancora maggiore sulle osservazioni di Timing.

Infine, le interazioni dinamiche nel nucleo di un Ammasso possono anche facilitare la formazione di sistemi binari la cui esistenza è molto improbabile sulla base della pura evoluzione di una binaria primordiale come per esempio sistemi composti da una ms-Pulsar e da un'altra Stella di Neutroni o addirittura comprendenti una ms-Pulsar ed un Buco Nero. Inutile sottolineare l'evidente interesse scientifico connesso alla scoperta di sistemi siffatti!

2.4 Perché le Pulsars in Ammassi Globulari sono difficili da scoprire

In questi anni si è scoperta una quantità esigua di MSPs in *Globular Clusters* rispetto alla popolazione predetta dalle analisi teoriche e statistiche (vedere paragrafo 2.2.1). In particolare non si sono mai osservate MSPs in sistemi binari con periodo inferiore a ~ 0.08 giorni (~ 2 ore) [35]. Eppure vari calcoli teorici sulla dinamica di formazione e sull'evoluzione delle Pulsars all'interno di GCs, mostrano che è probabile l'esistenza di Pulsar orbitanti una stella compagna di massa $\sim 0.05M_\odot$ e aventi periodi orbitali di circa 15 minuti o meno [37]. In effetti, osservazioni nella banda X hanno portato a scoprire sistemi binari contenenti una Stella di Neutroni con periodi orbitali corti fino a 11 minuti [23].

Allora, come spiegarsi il ridotto numero di ms-Pulsars rispetto a quelle che si suppone esistano nel sistema degli Ammassi Globulari ed in particolare la mancata osservazione di Pulsars a millisecondo in orbite molto strette? Il fatto è che in generale **le ms-Pulsars ospitate negli Ammassi Globulari costituiscono una popolazione di sorgenti difficili da scoprire**. I motivi sono principalmente tre [33].

- Si tratta di ms-Pulsars distanti
- Sono ms-Pulsars il cui segnale è sovente fortemente distorto dagli effetti del Doppler orbitale
- Sono ms-Pulsasr spesso eclissate per una frazione cospicua del periodo orbitale

I più vicini *Globular Clusters* sono a $D \geq 2$ kpc mentre la loro distanza media è $D \sim 10$ kpc [3]. A questa distanza il flusso già tipicamente basso delle ms-Pulsars diventa talmente debole da essere difficilmente rivelabile. Va tenuto conto che la stragrande maggioranza delle ms-Pulsars scoperte nel Disco Galattico sono contenuto entro un raggio di 1 kpc dal Sole. La grande distanza delle ms-Pulsars in Ammasso Globulare influisce anche sulla qualità del segnale rivelato, dato che aumentano gli effetti dispersivi dovuti alla propagazione dell'impulso attraverso il mezzo interstellare. De-disperdere il segnale (vedi paragrafo 3.1.2) richiede dunque apparecchiature sempre più sofisticate e costose man mano che cresce la distanza dell'Ammasso Globulare osservato.

L'appartenenza di una ms-Pulsar ad un sistema binario stretto causa una significativa variazione apparente (per effetto Doppler) del suo periodo di *spin*. Come vedremo meglio nel paragrafo 3.1.3, questo effetto risulta in una diminuzione del rapporto segnale-rumore nello spettro di potenza del segnale impulsato. Conseguentemente a parità di tempo di osservazione e di intrinseca luminosità della sorgente, una ms-Pulsar inclusa in un sistema binario stretto risulta molto più sfuggente alla rivelazione rispetto ad una ms-Pulsar isolata. L'alta percentuale di binarie strette che si riscontra nella popolazione delle ms-Pulsars presenti negli Ammassi Globulari amplifica quindi di molto le difficoltà insite nella scoperta di tali oggetti.

L'elevata frequenza di appartenenza a sistemi binari di corto periodo orbitale provoca un ulteriore effetto indesiderato, quello della probabile occorrenza di eclissi del segnale radio della Pulsar, che viene ad essere periodicamente oscurata dall'inviluppo di materia che circonda la stella compagna e diviene quindi invisibile ai radiotelescopi per frazioni significative dell'intero periodo orbitale.

Sarebbe facile ovviare alle prime due problematiche se le rispettive soluzioni non fossero in contrasto tra loro. Pe risolvere il problema della insufficiente sensibilità strumentale a osservazioni di oggetti talmente distanti, si potrebbero infatti effettuare osservazioni più lunghe, ma ciò automaticamente implica un aumento dell'effetto di deterioramento del segnale dovuto al Doppler orbitale. Viceversa, per minimizzare le distorsioni del segnale causate dall'effetto Doppler sarebbero consigliabili tempi di integrazione brevi, almeno significativamente più corti del periodo orbitale. Ma per sistemi stretti, con periodo $P_b < 2$ ore, ciò significherebbe compiere osservazioni lunghe al massimo una decina di minuti ed in questo tempo con i radiotelescopi attualmente disponibili, non si raggiunge una sensibilità sufficiente a portare il segnale di una lontana ms-Pulsar significativamente al di sopra della soglia del rumore.

Capitolo 3

Metodi di ricerca di segnale pulsato

Questo capitolo si apre con un breve riassunto dei fenomeni fisici che tendono ad alterare o cancellare il segnale impulsivo prodotto da una radiopulsar durante il suo propagarsi nel mezzo interstellare. Viene inoltre fornita la relazione generale che, tenendo conto di questi fenomeni e delle caratteristiche dell'apparato di rivelazione del segnale, predice la minima densità di flusso cui un radiotelescopio è sensibile.

Nella seconda parte del capitolo è dapprima descritta la procedura standard con cui vengono analizzati i dati (essenzialmente delle serie temporali) al fine di scoprire nuove radiopulsars e viene poi mostrato come questo metodo perde grandemente in efficienza allorquando la sorgente degli impulsi è inclusa in un sistema binario. La sezione finale è dunque dedicata ad una rassegna delle metodologie alternative sinora proposte per rinvenire il segnale di una radiopulsar anche quando essa orbiti con un compagno attorno al comune centro di massa.

3.1 Generalità

3.1.1 Formula di sensibilità

La densità di flusso minimo di una Pulsar che un radiotelescopio può rilevare è data dalla formula

$$S_{min} \simeq \frac{\mathrm{S/N} \cdot T_{sys}}{G\sqrt{n\,\Delta\nu\,\tau}}\Big(\frac{W}{P-W}\Big)^{1/2}, \tag{3.1}$$

dove G è il guadagno dell'antenna (K/Jy), T_{sys} la temperatura di rumore del sistema (K), S/N è il rapporto segnale-rumore (S*ignal to* N*oise*) minimo per considerare credibile un segnale (usualmente si assume $8 \div 10$), n il numero di polarizzazioni (di solito 2), $\Delta\nu$ la larghezza di banda del sistema (MHz), τ il tempo di integrazione del segnale (sec) e W la larghezza del segnale osservato. Minore è S_{min}, più elevata è la capacità di rivelare segnali pulsati. L'unico parametro indipendente dalla strumentazione (oltre ovviamente al periodo di rotazione della Pulsar P) è W, che dipende dalla larghezza intrinseca dell'impulso e dai fenomeni di deterioramento del segnale che andremo a descrivere nei prossimi tre paragrafi. Questo parametro è infatti definito come

$$W^2 = W_{int}^2 + t_{samp}^2 + \Delta t_{DM}^2 + \Delta t_{scatt}^2 \,,$$

dove W_{int} e t_{samp} sono rispettivamente la larghezza intrinseca ed il tempo di campionamento del segnale, mentre Δt_{DM} e Δt_{scatt} sono gli allargamenti degli impulsi dovuti rispettivamente ai fenomeni di dispersione e di *scattering* attraverso il mezzo interstellare.

3.1.2 Dispersione

Gli impulsi radio emessi dalla Stella di Neutroni giungono a noi dopo aver attraversato vaste zone del mezzo interstellare e lo fanno viaggiando ad una velocità detta **velocità di gruppo** (v_g). Nel plasma interstellare la velocità con cui si muovono gli impulsi è

$$v_g = c\sqrt{1 - \left(\frac{\nu_p}{\nu}\right)^2} \,, \tag{3.2}$$

dove c è la velocità della luce, ν la frequenza dell'impulso e ν_p la frequenza al di sotto della quale un segnale viene totalmente assorbito dal mezzo (**frequenza di plasma**), che vale

$$\nu_p = \sqrt{\frac{e^2 n_e}{\pi m_e}} \,,$$

dove e, n_e e m_e sono rispettivamente la carica, la densità numerica e la massa degli elettroni che compongono il plasma. Le frequenze tipiche della radioastronomia sono sempre maggiori della frequenza di plasma del mezzo interstellare ($\nu \gg \nu_p$), pertanto possiamo riscrivere la 3.2 sviluppando in serie la radice quadrata; così otteniamo:

$$v_g \approx c\Big[1 - \frac{1}{2}\Big(\frac{\nu_p}{\nu}\Big)^2\Big]. \tag{3.3}$$

Quindi il tempo che un pacchetto d'onda di frequenza ν impiegherà per attraversare una certa distanza d sarà uguale a

$$T(\nu) = \int_0^d \frac{dl}{v_g} \approx \int_0^d \Big[1 + \frac{1}{2}\Big(\frac{\nu_p}{\nu}\Big)^2\Big]\frac{dl}{c} = \frac{d}{c} + \frac{1}{2}\frac{e^2}{\pi m_e c}\frac{1}{\nu^2}\int_0^d n_e dl \tag{3.4}$$

e dipenderà dalle caratteristiche del mezzo. La **misura di dispersione** (DM) corrisponde al termine $\int_0^d n_e dl$ e si misura in pc·cm^{-3}.

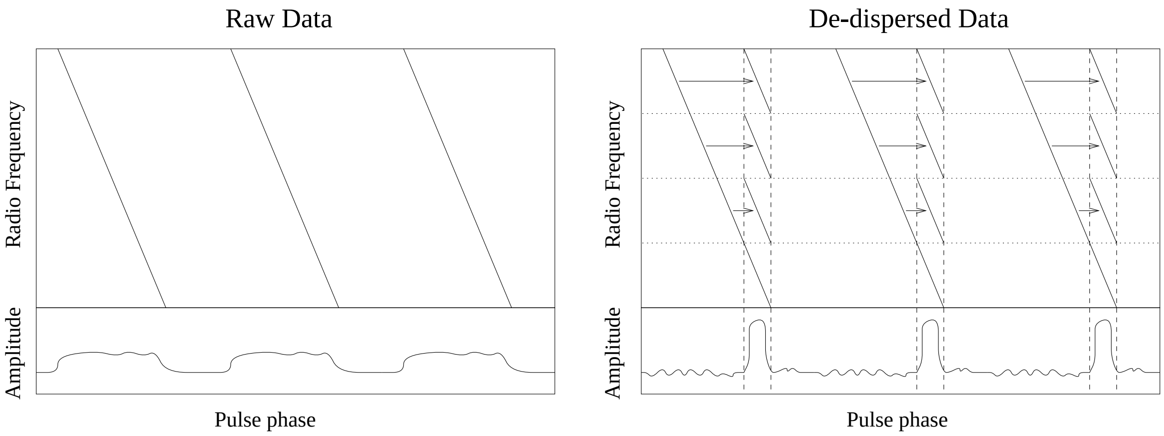


Figura 3.1: Dispersione dell'impulso e processo di de-dispersione. Sommare semplicemente il treno di impulsi su una larghezza di banda finita provoca un significativo allargamento dell'impulso osservato (figura a sinistra). Dividendo la banda in bande più piccole (canali) ed applicando un appropriato ritardo a ciascuna di esse, si riduce considerevolmente l'allargamento e si ottiene un miglioramento del rapporto segnale rumore (figura a destra).

In radioastronomia le osservazioni vengono effettuate in banda larga, cioè si osserva in un certo range di frequenze $\Delta\nu$ (**larghezza di banda**). Tutto ciò, a causa della dispersione, provoca uno sfasamento temporale del segnale (fig. 3.1): un impulso osservato ad una certa frequenza arriverà all'osservatore prima di quello stesso impulso osservato ad una radiofrequenza minore. Dalla formula 3.4 si ricava il ritardo accumulato da un segnale di frequenza ν_1 rispetto ad uno di frequenza ν_2, assumendo $\nu_1 < \nu_2$:

$$\Delta t_{DM} = \frac{e^2}{2\pi m_e c}\Big(\frac{1}{\nu_1^2} - \frac{1}{\nu_2^2}\Big)DM \tag{3.5}$$

Osservando dunque i tempi di arrivo degli impulsi a frequenze diverse, mediante la 3.5 si può calcolare la DM e da questa, conoscendo la densità media degli elettroni lungo la linea di vista, la distanza della Pulsar.

Lo sfasamento temporale degli impulsi può essere compensato mediante il processo di de-dispersione (fig.3.1). Questo particolare metodo può essere applicato nel caso in cui è nota la misura di dispersione (DM) della Pulsar osservata. Nel caso in cui invece questa sia sconosciuta, la serie temporale osservata deve venire de-dispersa per vari valori di prova di DM (compresi di solito tra $0 \div 1000$ pc cm^{-3} circa) e ogni serie temporale così ottenuta deve venire sottoposta alla ricerca di periodicità.

3.1.3 Diffusione

Gli stessi elettroni liberi del mezzo interstellare, oltre a quello di dispersione, possono provocare anche un effetto di diffusione (o *scattering*) del segnale impulsato. In questo caso il problema è dovuto al fatto che la distribuzione di elettroni nel mezzo interstellare non è omogenea. Un semplice modello di *scattering* (modello di *thin-screen*) è mostrato in figura 3.2.
La differenza della lunghezza del percorso seguito da diversi raggi (o fronti d'onda) corrispondenti ad un medesimo impulso emesso dalla sorgente si riflette nel tempo di arrivo dei segnali e provoca un allargamento del profilo dell'impulso osservato.

La dipendenza tra l'estensione della coda di ritardo temporale nel profilo dell'impulso e la frequenza del segnale è data da

$$\Delta t_{scatt} \propto \frac{DM^2}{\nu^4}$$

A frequenze maggiori corrispondono allargamenti minori dell'impulso, quindi miglior rapporto segnale-rumore. Per ridurre questo effetto l'unica soluzione è quella di osservare a frequenze non eccessivamente basse.

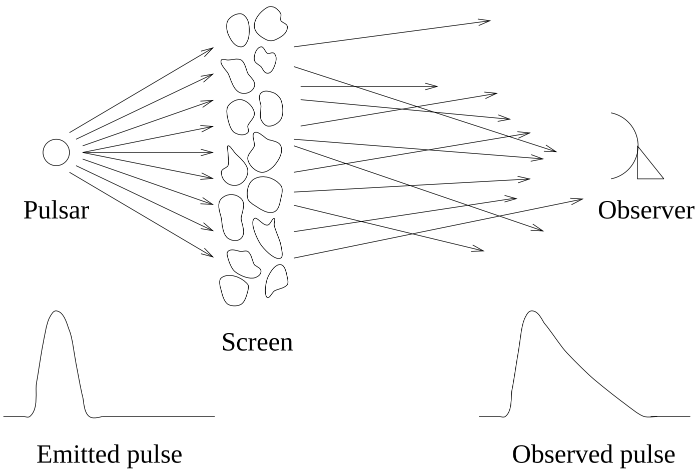


Figura 3.2: Modello di *thin-screen* (schermo sottile) [40].

3.2 Il metodo di ricerca standard

Il "flusso logico" di una tipica ricerca di Pulsar è rappresentato nella figura 3.3 [18].

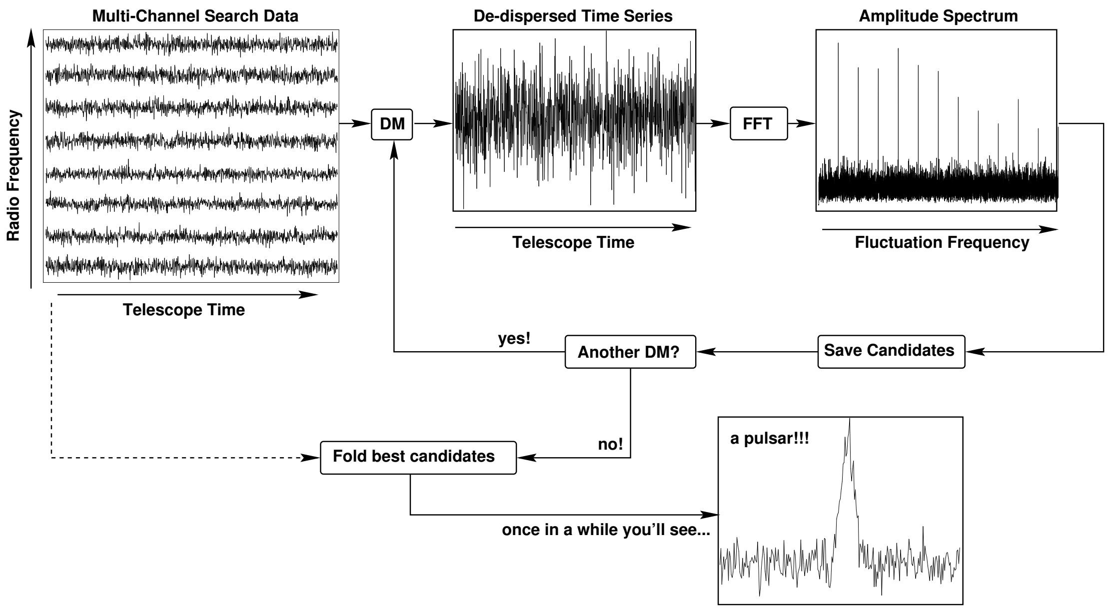


Figura 3.3: Steps di analisi essenziali nella ricerca di una Pulsar standard [24].

- L'osservazione radio viene fatta su una larga banda di frequenze per massimizzare la sensibilità; la banda totale di osservazione viene poi suddivisa in canali, ciascuno dei quali contiene una sottobanda più stretta di frequenze. Il segnale ricevuto su questa serie di canali viene sommato in maniera tale da creare un'unica serie temporale. Questa somma è fatta in modo tale da correggere le differenze nei tempi di arrivo del segnale alle varie frequenze, differenze dovute alla dispersione delle radio-onde nel mezzo interstellare (vedi §3.1.2). Siccome durante una ricerca "cieca" la DM è sconosciuta, vengono fatti vari tentativi con varie DM di prova (in genere i valori di DM di prova sono compresi tra circa 0 e 1000 cm^{-3}), creando dunque altrettante "serie temporali".

- Per ricercare in questa serie di dati un segnale periodico, è ormai comune utilizzare la trasformata veloce di Fourier (*Fast Fourier Transform*, FFT) sulla serie temporale stessa; in questo modo è possibile stimare quanta potenza è contenuta nel segnale in corrispondenza ad ogni frequenza.
  Il segnale emesso da una Pulsar però non è mai perfettamante sinusoidale, quindi ci aspettiamo sempre, a multipli della sua frequenza di emissione fondamentale, una serie di picchi (le armoniche). In genere il numero di armoniche nello spettro di potenza può essere dimostrato scalare come l'inverso del *duty cycle* (vedi §1.4; gli impulsi). Quindi, una certa frazione della potenza complessiva del segnale, invece che essere convogliata nella armonica fondamentale verrà distribuita su tutte le sue armoniche. In particolare, se il *duty cycle* è piccolo, lo spettro sarà composto di numerose armoniche e quindi la potenza dell'armonica fondamentale sarà più piccola perchè maggiormente spartita con le altre armoniche.

- In considerazione di quanto sopra esposto, si opera dunque un $folding$ (da *to fold*, piegare) nello spazio delle frequenze. Esso basilarmente consiste nel sommare le armoniche di ordine più alto sulla fondamentale [27]. In pratica: si somma la potenza di ciascuna frequenza con quella della frequenza doppia.

L'operazione è ripetuta in genere più volte (da 4 a 6 nelle *survey* correnti) e in questo modo, nel caso in cui ci sia effettivamente la presenza di un segnale periodico molto stretto, l'entità del picco ad esso associata viene accresciuta nello spettro di potenza, con ciò permettendo al segnale di stagliarsi in modo molto più netto rispetto al rumore.
Ovviamente, dopo ogni processo di $folding$ delle armoniche, lo spettro risultante sarà lungo la metà di quello precedente l'operazione. Come detto lo spettro "si piega" dapprima a metà, poi ancora a metà (4), e poi ancora (8) e ancora (16), come illustrato in figura 3.4. L'effetto di questa somma è

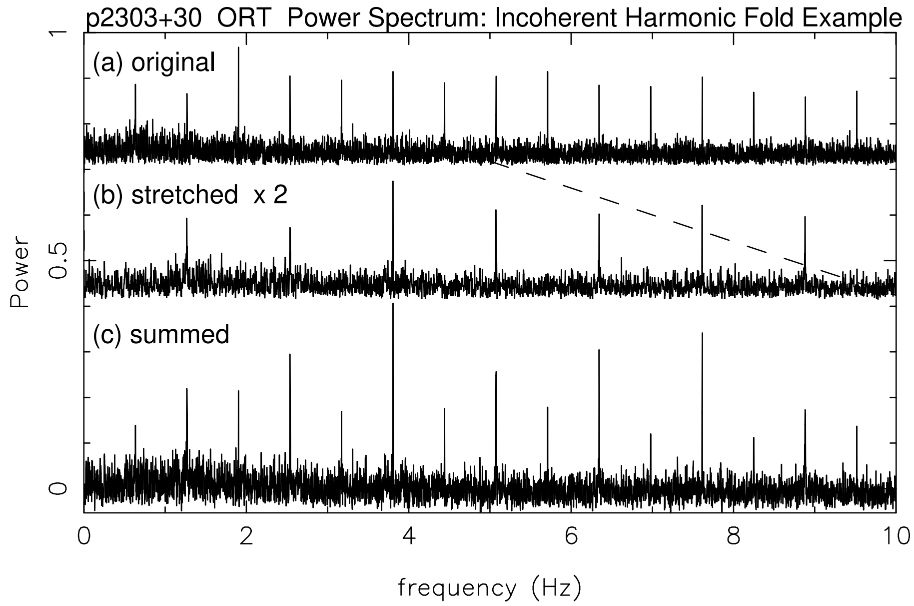


Figura 3.4: Processo di somma di armoniche illustrato nello spettro di potenza della Pulsar B2303+30, osservata a 327 Mhz dal radiotelescopio Ooty.

quello di aumentare il rumore di un fattore $\sqrt{2}$, mentre l'ampiezza del segnale aumenta di un fattore maggiore di $\sqrt{2}$ [25]: ciò si risolve in un netto aumento del rapporto segnale-rumore. In particolare, nel caso in cui i dati presentino un segnale reale, grazie a questa ricerca la sensibilità aumenta di un fattore $n^{1/2}$, dove n è il numero di armoniche usato in questo procedimento di somma [18].

- Rispettivamente, per ciascun valore di DM, e per ogni stadio del *folding* armonico, i picchi con S/N superiore ad un certo valore di soglia (indipendente dal numero d'ordine del *folding* armonico) vengono selezionati in maniera tale da produrre una lista di "sospette periodicità". Tutte le liste prodotte (uguali in numero al prodotto fra il numero di DM esplorati ed il numero di *folding* armonici utilizzati) vengono convogliate ed ordinate (secondo S/N decrescente) in una lista unica di periodicità e DM candidati.

- Si ritorna infine alla serie temporale iniziale e si esegue per ognuna delle candidate periodicità selezionate al punto precedente una ulteriore operazione di *folding*, stavolta però non più sullo spettro di potenza, ma sulla serie temporale dedispersa al valore di DM relativo al periodo candidato. In particolare si suddivide la serie temporale relativa al DM del candidato in segmenti lunghi quanto il periodo candidato e si sommano questi segmenti tra loro. Per ognuna delle "curve di luce" così ottenuta si calcola il S/N e viene generata una lista comprendente, in ordine di S/N decrescente, tutti i candidati.

- L'ultima fase della procedura consiste nell'esame "visuale" delle curve di luce (cioè i profili d'impulso) dei candidati con S/N maggiore tipicamente di 7-9, selezionando le migliori per osservazioni di conferma.

3.3 Gli effetti del moto orbitale

Le ricerche standard di Pulsars di solito assumono come costante il periodo di ripetizione degli impulsi durante l'osservazione. Per ricerche con periodi di integrazione molto più lunghi di un paio di minuti questa assunzione si può ritenere valida solo per Pulsars solitarie, o per quelle che si trovano in sistemi binari in cui i periodi orbitali sono più lunghi di un paio di giorni [26].

Prendiamo in considerazione una Pulsar con periodo di *spin* P_0 (quindi frequenza f_0) che compia orbite circolari di raggio a in un tempo P_{orb} attorno alla stella compagna. Supponiamo di vedere il sistema "di taglio", cioè che l'inclinazione i del piano orbitale rispetto al piano del cielo sia $= \pi/2$. Ci saranno due fasi dell'orbita in cui la componente della velocità della Pulsar lungo la linea di vista ci apparirà più elevata, con segno rispettivamente positivo e negativo (sono le fasi orbitali in cui la Pulsar si sta avvicinando o allontanando alla massima velocità da noi). Esprimiamo in generale questa componente della velocità lungo la linea di vista come

$$v(t) \;=\; v_0 \sin\phi(t)\,, \tag{3.6}$$

dove $\phi(t)$ denota la fase della Pulsar all'istante t e $v_0 = (2\pi a)/P_{orb}$ la sua velocità orbitale (a è il raggio dell'orbita). Se osserviamo la Pulsar in due momenti diversi, la osserveremo anche in due diverse fasi dell'orbita, quindi con velocità radiali differenti; a causa dell'effetto Doppler ci sembrerà cambiare anche la sua frequenza di pulsazione f_0

$$f_{obs}(t) \;=\; f_0\Big(1 + \frac{v(t)}{c}\Big)\,, \tag{3.7}$$

dove c è la velocità della luce. Osserveremo dunque periodi di *spin* più brevi quando la Pulsar si avvicina a noi, più lunghi quando si allontana. Queste variazioni di frequenza sono modulate dal periodo orbitale della Pulsar: si ripetono allo stesso modo ogni P_{orb}.

Una prima conseguenza delle variazioni orbitali dei tempi di arrivo degli impulsi è l'allargamento del profilo temporale dell'impulso integrato su un tempo di osservazione finito. Ancora **più grave è** però **il fatto che la Pulsar stessa diventa in questi casi difficile da scoprire** dato che la variazione orbitale di $v(t)$ provoca uno sparpagliamento (*smearing*) della potenza del segnale periodico su diversi *bins* nel suo spettro di potenza. Come conseguenza, l'ampiezza dei picchi nello spettro di potenza relativi al segnale periodico impulsivo può calare fino a farlo uscire dal novero dei periodi passibili di essere considerati *buoni candidati* e quindi sottoposti ad ulteriore analisi. Questa problematica è descritta ed approfondita nel paragrafo seguente.

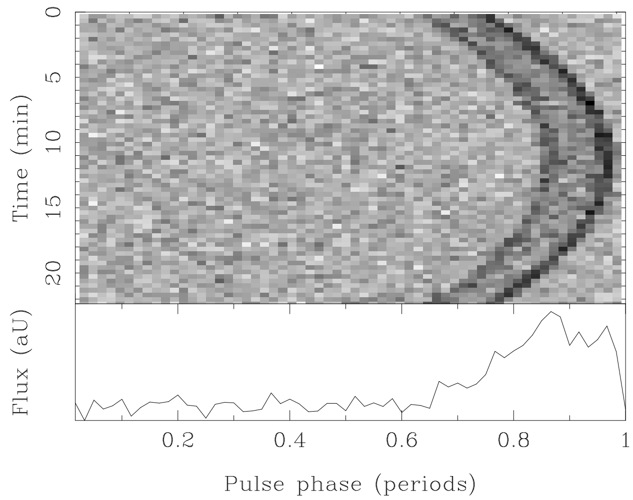


Figura 3.5: Osservazione lunga 22.5 minuti della Pulsar binaria B1913+16 (Arecibo). L'assunzione che la Pulsar abbia un periodo costante durante questo intervallo di tempo provoca uno sfasamento dell'impulso durante l'integrazione [26] e quindi genera un profilo dell'impulso (profilo nella parte inferiore della figura) molto più largo di quello intrinseco.

3.3.1 Effetto Doppler nello spettro di potenza

Nel caso di una Pulsar in sistema binario con periodo di rotazione P_0, il segnale periodico $S_p(t)$ può essere rappresentato dalla somma di armoniche:

$$S_p(t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \exp[ik\omega_P(t + d(t)/c) + i\psi_k], \tag{3.8}$$

dove $\omega_P = 2\pi/P_{orb}$ è la frequenza angolare della Pulsar e $a_k \exp(i\psi_k)$ è l'ampiezza complessa della k-esima armonica; a causa del moto orbitale la distanza d da noi della Pulsar varia col tempo t ed il segnale emesso al tempo t sarà ricevuto da noi al tempo $t + d(t)/c$.

Sviluppando $d(t)$ in serie di Taylor, possiamo scrivere:

$$d(t) = d_o + v_o t + a_o \frac{t^2}{2!} + \dot{a}_o \frac{t^3}{3!} + ..., \tag{3.9}$$

dove v_o, a_o e $\dot{a}_o$ sono rispettivamente velocità, accelerazione e ritmo di cambiamento dell'accelerazione istantanee al tempo $t = 0$. Possiamo allora riscrivere la 3.8 come

$$S_p(t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \exp\Big[\frac{ik\omega_P d_o}{c}\Big] \exp\Big[ik\omega_P t\Big(1 + \frac{v_o}{c}\Big)\Big] \times$$
$$\times \exp\Big[\frac{ik\omega_P a_o t^2}{2!\,c}\Big] \exp\Big[\frac{ik\omega_P \dot{a}_o t^2}{3!\,c}\Big] \exp(i\psi_k). \qquad (3.10)$$

Il primo esponenziale determina una traslazione in fase dell'ampiezza di ogni armonica $a_k \exp(i\psi_k) \cdot \exp\big(\frac{ik\omega_P d_o}{c}\big)$; il secondo, $k\omega_P\,(1 + v_o/c)$ è il termine relativo all'effetto Doppler e convoglia la potenza del segnale sulla frequenza $k\omega_P(1 + v_o/c)$. I fattori di ordine maggiore risultano in errori nella fase dipendenti dal tempo e quindi degradano l'ampiezza delle armoniche nello spettro di potenza.
Se la Pulsar fosse isolata e si muovesse ad una velocità costante v_o tutta la potenza dell'impulso sarebbe convogliata in un unico bin di frequenza dello spettro di potenza, a $k\omega_P(1 + v_o/c)$. Ma la nostra Pulsar è in un sistema binario e, durante l'osservazione la sua velocità varierà tra v_{max} e v_{min}, quindi la potenza sarà distribuita tra i bin del dominio delle frequenze $\omega_P(1 + v_{min}/c)$ e $\omega_P(1 + v_{max}/c)$ (vedi Fig.3.8 del paragrafo 3.3.4).

Possiamo notare gli effetti finora descritti negli spettri della Fig.3.6. Nello spettro in alto a sinistra (preso alla fase orbitale di "quadratura", quando la sorgente ha la massima velocità orbitale di allontanamento dall'osservatore) si nota lo spostamento della armonica fondamentale dalla sua frequenza effettiva $\nu_0 = 1000$ Hertz ad un valore inferiore (indice del fatto che la Pulsar si sta allontanando). Combinando le formule 3.6 e 3.7 possiamo calcolare lo *shift* in frequenza relativo a questo caso utilizzando la formula:

$$\Delta(\nu) \;=\; \nu_0 v_0 \,\Big(\frac{\sin\phi_f - \sin\phi_i}{c}\Big) \;= 0.07\,\mathrm{Hz},$$

ove ϕ_i e ϕ_f sono la fase orbitale agli istanti iniziale e finale dell'osservazione.
Nel caso in alto a destra (che si riferisce ad una osservazione nella fase di congiunzione inferiore) questo *shift* della frequenza di emissione è meno evidente, ma è notevole lo sparpagliamento del picco ai due lati della frequenza nominale. Questo fenomeno è dovuto al fatto che in questa fase dell'orbita la velocità radiale è quasi nulla (mentre

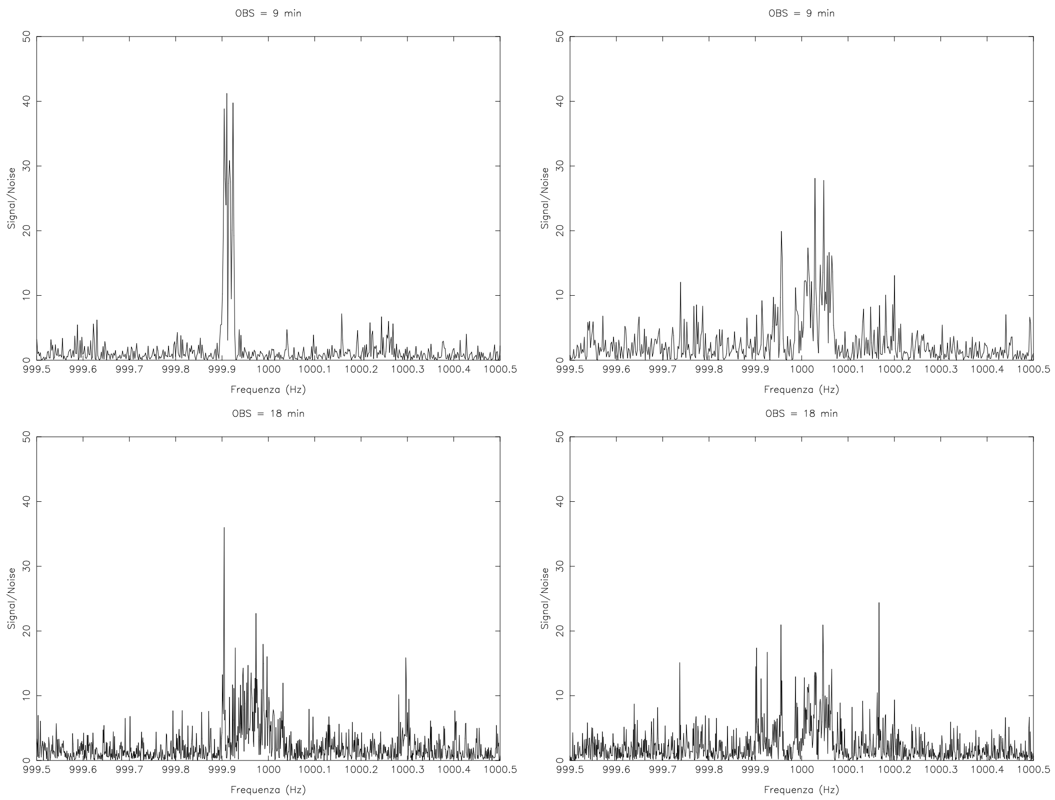


Figura 3.6: Spettro di potenza della simulazione di una Pulsar binaria avente: P_{spin} = 0.001sec; P_{orb} = 2100 sec $\sim$ 17 min; *duty cicle*=5%; $i = \pi/2$. Le 2 figure in alto si riferiscono ad osservazioni della durata di $\sim$ 9 min centrata a due fasi diverse dell'orbita: a *sinistra* nella fase di massima velocità radiale (in allontanamento dall'osservatore), a *destra* nella fase di minima velocità radiale (corrispondente alla congiunzione inferiore dell'orbita quando la Pulsar è più vicina all'osservatore). Le 2 figure in basso si riferiscono ad osservazioni della durata di $\sim$ 18 minuti relative alle stesse fasi delle figure sovrastanti. La potenza è stata normalizzata tenendo conto del rumore medio dell'osservazione.

è alta l'accelerazione radiale), quindi la frequenza osservata non si discosta molto da quella effettiva, ma varia molto rapidamente.

I due spettri in basso si riferiscono ad osservazioni della stessa Pulsar del caso in alto e centrate sulla medesime fasi orbitali delle figure sovrastanti, ma caratterizzate da un tempo di integrazione più lungo: viene infatti coperta metà dell'intera orbita. A sinistra osserviamo come la potenza abbia il suo picco ad una frequenza praticamente uguale a quella del caso sovrastante, corrispondente alla massima velocità in allontanamento e quindi al massimo *shift* rispetto alla frequenza nominale di pulsazione di 1000 Hz. Nel contempo esiste una potenza significativa a tutte le

frequenze intermedie fra la 1000 Hz e quella di picco, in ossequio al fatto che tutte le velocità in allontanamento, fra quella nulla e quella massima, sono sperimentate dalla Pulsar durante l'osservazione.
La figura a destra corrisponde all'osservazione di metà orbita della Pulsar, dal momento in cui la sua velocità radiale è massima in avvicinamento a quello in cui è massima in allontanamento; durante questa osservazione la variazione della velocità è massima e quindi osserveremo il minimo *shift* della frequenza fondamentale e il massimo sparpagliamento (relativamente ai 4 casi considerati finora) della potenza del segnale su più bins.

3.4 Ricerca di segnale accelerato

Il metodo standard di ricerca di un segnale periodico descritto nel paragrafo 3.2 perde molto in quanto a sensibilità quando ad essere analizzate sono Pulsars in sistemi binari molto stretti (cioè con periodi orbitali inferiori ad un giorno). Riepilogando quanto descritto nei §3.2 e §3.3.1, il motivo di questa riduzione di efficienza del metodo standard risiede nel fatto che le velocità apparenti della sorgente variano lungo l'orbita e questo si riflette in una variazione del periodo di ripetizione degli impulsi stessi; la somma di questi segnali "sfasati" produce un allargamento del profilo integrato dell'impulso che si riflette, nel dominio delle frequenze, in una notevole riduzione del rapporto segnale-rumore. È quindi difficile che la frequenza di pulsazione di tali oggetti appaia in una posizione elevata nella lista dei candidati prodotti da una ricerca di tipo standard.
Per questo motivo sono stati proposti ed utilizzati vari sistemi alternativi di ricerca di periodicità, supponendo che il segnale provenga da una Pulsar in un sistema binario. Nel seguito li descriviamo, elencando i loro pro ed i contro.

3.4.1 Ricerca coerente

Questa tecnica di ricerca di segnale periodico si dice "coerente" perché avviene direttamente sulla serie temporale di dati e quindi non implica una perdita di informazioni sulla *fase* del segnale.

L'idea è quella di trasformare la serie temporale in maniera tale da ottenerne una in cui la PSR risulti statica (od in moto rettilineo uniforme) rispetto all'osservatore; in questo modo la successiva ricerca standard di periodicità nello spettro corrispondente a questa serie temporale non sarà ostacolata dalla perdita di potenza dovuta a Doppler. Ciò che si fa è quindi "accorciare" (*compress*) o "allungare" (*stretch*) la serie temporale per compensare la accelerazione orbitale della PSR binaria. Si ottiene questa trasformazione ricampionando il segnale contenuto nella serie temporale originale, con tempi di campionamento che sono variabili ed ottenuti applicando la formula Doppler:

$$\tau = \tau_o[1 + v(t)/c] \tag{3.11}$$

dove *v(t)* è la velocità radiale della PSR osservata lungo la linea di vista, c è la velocità della luce e $\tau(t)$ è l'intervallo temporale nel sistema di riferimento della PSR, cioè in pratica la lunghezza di un singolo bin di ricampionamento al tempo t di osservazione nel nostro sistema di riferimento [3]. Il problema è che la $v(t)$ è a noi sconosciuta.

La ricerca può però essere considerevolmente semplificata assumendo che l'accelerazione orbitale a sia costante durante l'osservazione, in maniera tale da poter scrivere $v(t) = at$. Gli effetti del deterioramento del segnale dovuto ad un moto orbitale approssimato da una accelerazione costante si possono apprezzare esaminando una figura come la 3.7 nella quale sono plottati i valori del rapporto segnale-rumore in funzione dell'accelerazione di prova utilizzata nel ricampionamento della serie temporale.

Nell'approssimazione di accelerazione costante, si sceglie τ_o (cioè τ al tempo $t = 0$) in maniera tale che τ sia uguale all'intervallo di campionamento originale dell'osservazione (t_{samp}), a metà dell'intervallo di tempo dell'integrazione. Inserendo nella 3.11 questo valore di τ, si ottiene:

$$\tau_o = \frac{t_{samp}}{1 + aT/2c} \tag{3.12}$$

dove T è il tempo di integrazione. Questa condizione garantisce che il numero di intervalli campionati nella serie temporale corretta sia uguale a quello della serie temporale originale. Usando la formula 3.11 con la normalizzazione 3.12, la serie temporale dedispersa viene quindi ricampionata per diverse accelerazioni di prova a. Su ognuna di queste serie temporali “stirate” (o “compresse”) si esegue una FFT e si procede con il metodo della ricerca standard. Il problema fondamentale, per quanto

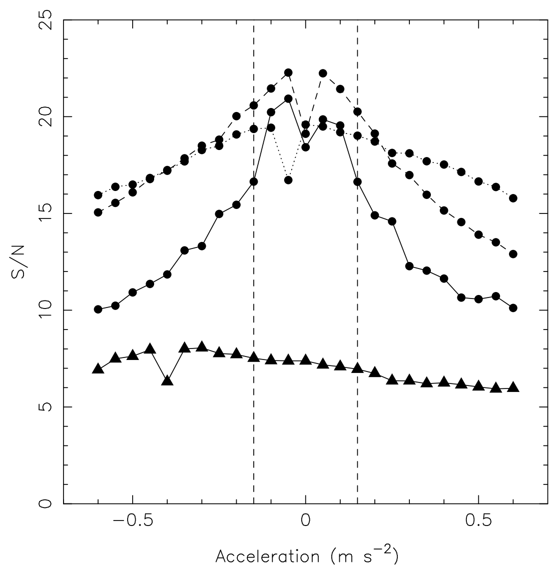


Figura 3.7: Rapporto segnale-rumore in funzione di accelerazioni di prova per segnali di Pulsar simulate. I puntini ed i triangoli rappresentano rispettivamente i valori risultanti da profili Gaussiani con FWHM del 5 e del 30 % e sono approssimati da linee solide, a trattini e a puntini rispettivamente per periodi di impulso di ~ 0.43, 0.89 e 1.84 ms. Tutti i segnali sono simulati con accelerazione nulla ed uguale densità di flusso media [10].

riguarda questo tipo di metodologia di ricerca, è quello del tempo di calcolo. Infatti, c'è bisogno di effettuare tante FFT quanti sono i valori di prova dell'accelerazione e, nel caso di osservazioni in Ammassi Globulari dei quali è sconosciuta la Misura di Dispersione (DM), tali computazioni devono essere ripetute per ciascun valore di prova di DM. Per esempio, per effettuare una ricerca completa di ms-Pulsar binarie in un Ammasso Globulare di DM ignota, si dovrebbero esaminare ~ 1000 valori di DM (da 0 a 300 pc cm^{-3}) e almeno ~ 4000 valori di accelerazione ($|a| \leq 30$ m s^{-2}), il che comporterebbe la necessità di effettuare almeno 4×10^6 FFTs di serie temporali tipicamente costituite da 2^{24} o 2^{25} campionamenti ciascuna, ognuna delle quali richiede $\sim 15sec$ con una CPU di recentissima generazione (> 2.5 GHz di clock). Come si evince facilmente il tempo totale di calcolo eccede 2 anni di lavoro delle CPU più efficienti [10] e richiede 1 mese di lavoro da parte anche di un “cluster” di 24 CPUs lavoranti in parallelo!

Qui ricordiamo che citare il caso della ricerca di ms-Pulsars negli Ammassi Globulari è del tutto naturale: infatti circa la metà delle ms-Pulsars che si trovano in sistemi binari si osservano appunto all'interno degli Ammassi Globulari (vedi paragrafo 2.2). Se la scoperta di questo tipo di Pulsars è l'obiettivo della ricerca, sorge una ulteriore complicazione nella applicazione del metodo di analisi **coerente** presentato in questo paragrafo. Infatti le ms-Pulsars contenute negli Ammassi Globluari sono molto distanti e quindi di bassa densità di flusso (tipicamente 0.05-1.0 mJy a 1400 MHz). Ciò richiederebbe tempi di integrazione lunghi ma questa richiesta, nel caso di Pulsars in binarie strette, va a scontrarsi con l'ipotesi che l'accelerazione sia costante durante l'integrazione. Il metodo di ricerca coerente presentato in questo paragrafo è infatti valido quando il tempo di osservazione è breve rispetto al periodo orbitale, altrimenti non è lecito considerare costante l'accelerazione. Tenendo conto del fatto che la sensibilità di un'osservazione migliora come $T_{obs}^{1/2}$ si può calcolare T_{best}, il tempo di osservazione ottimale per un dato sistema binario, utilizzando la formula

$$T_{best} = 298\,\mathrm{s}\Big(\frac{P_o}{1\ \mathrm{day}}\Big)^{2/3}\Big(\frac{P_p}{1\ \mathrm{ms}}\Big)^{1/2}\Big(\frac{4}{m}\Big)^{1/2}\Big(\frac{M_2}{0.3\,M_\odot}\Big)^{-2/5}(\sin i)^{-1/2}$$

dove P_o e P_p sono il periodo orbitale e di rotazione della Pulsar, m è il numero dell'armonica, M_2 la massa della compagna e i l'inclinazione del piano orbitale rispetto alla linea di vista. Ad esempio, per una 2-ms Pulsar in un'orbita di 1 ora con compagna una Nana Bianca di piccola massa, il tempo d osservazione ottimale T_{best} è di soli $\sim$ 300 - 600 secondi [18]. Per Pulsars in Ammassi Globulari questo tempo può essere insufficiente a rivelare il segnale.

3.4.2 Ricerca della modulazione di fase (Metodo di Ransom)

Questo metodo di ricerca può in linea di principio recuperare completamente e coerentemente la potenza di qualsiasi sorgente pulsante [35].

Il moto orbitale di una Pulsar durante lunghe osservazioni ($T_{obs} \geq P_{orb}$) modula la fase del segnale impulsato: l'ampiezza di questa modulazione di fase (Φ_{orb}) può essere espressa in funzione dei 5 parametri Kepleriani (vedi paragrafo 1.5.2). Considerando sempre il caso più semplice di orbite circolari (quindi $e = \omega = 0$), otteniamo:

$$\Phi_{orb} = 2\pi x_{orb} f_{spin} = \frac{2\pi x_{orb}}{P_{spin}}, \tag{3.13}$$

dove $x_{orb} = a_1 \sin(i)/c$ è il semiasse maggiore dell'orbita della Pulsar e P_{spin} il suo periodo di rotazione (f_{spin} la frequenza). Si stima che la maggior parte delle millisecond-Pulsars oggi conosciute abbiano valori tipici di Φ_{orb} di circa $10^2 \div 10^3$ radianti [34].
La modulazione di fase determina la comparsa, nello spettro di potenza, di coppie di picchi (*sidebands*) simmetrici rispetto alla frequenza di *spin* della Pulsar (ed a ciascuna delle sue armoniche) ed ugualmente spaziati tra di loro. I più alti sono quelli estremi (detti "corna"), per cui la forma caratteristica che assume in questo caso la potenza del segnale è quella ben visibile in figura 3.8. In particolare, le due *sidebands* estreme sono separate da $\sim 2r_{orb}h\Phi_{orb}$ bins, dove $r_{orb} = T_{obs}/P_{orb}$ ed h è il numero dell'armonica che stiamo prendendo in considerazione ($h = 1$ per l'armonica fondamentale).

All'interno dello spazio delimitato dalle due "corna" (consideriamo il caso dell'armonica fondamentale) troviamo una serie di picchi (di ampiezza inferiore rispetto a quelli estremi) periodici; la loro distanza reciproca è r_{orb} bins e sono centrati intorno alla frequenza intrinseca di *spin* della Pulsar (espressa in unità di frequenza di Fourier $r_{spin} = T_{obs}/P_{spin}$). Dato che queste *sidebands* sono periodiche, si può utilizzare una FFT di lunghezza $\sim r_{orb}\Phi_{orb}$ sullo spettro di potenza per determinare la frequenza con la quale si ripetono; si ottiene così una stima di r_{orb} e conseguentemente P_{orb}. A livello teorico il requisito fondamentale per creare *sidebands* periodiche rilevabili è che r_{orb} sia maggiore di 1. Nella pratica, con l'utilizzo di simulazioni si è trovato che deve essere almeno $r_{orb} \geq 1.5$.

Il problema sorge quando all'interno dello spettro di potenza non si riesce ad identificare nessun tipo di periodicità, quindi non si distingue alcuna "forma"

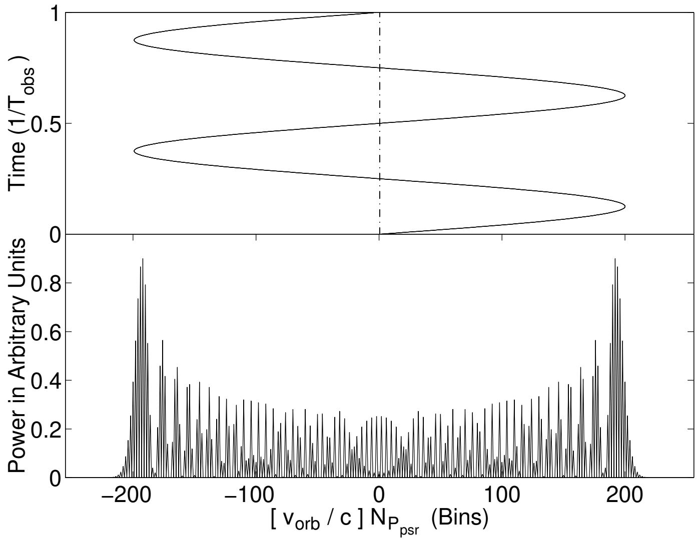


Figura 3.8: *In alto*: velocità radiale della Pulsar in unità di bins (v_{orb} è la velocità radiale della Pulsar).*In basso*: spettro di potenza della prima armonica. Qui $\Phi_{orb} = 2\pi x_{orb} f_{spin} = 100$ all'$h(= 1)$-esima armonica, $r_{orb} = 2.0$ (numero di orbite compitue dalla Pulsar durante l'osservazione) [19].

caratteristica. Ciò accade nel caso in cui l'ampiezza del segnale della Pulsar non supera quella media del rumore, oppure quando il termine $r_{orb}\Phi_{orb}$ è troppo grande. In quest'ultimo caso infatti la "figura bi-cornuta" centrata sulla frequenza di *spin* si allarga tanto da ridurre anche le ampiezze delle *sidebands* più cospicue fino a S/N trascurabili. In questo caso, non conoscendo *a priori* i parametri della Pulsar, non sappiamo dire neanche quanto lunghe debbano essere le seconde mini-FFTs (applicate sullo spettro di potenza) necessarie per trovare il periodo di ripetizione delle *sidebands*.

Per risolvere il problema, si scelgono le lunghezze di queste mini-FFTs tenendo in considerazione la durata dell'osservazione e la natura del sistema che ci aspettiamo di osservare, secondo quanto spiegato nel seguito. È in effetti statisticamente provato (campione di 52 Pulsars in sistemi binari con $P_{orb} \leq 10$ ore [34]) che le Pulsars binarie con $P_{orb} < 10$ giorni hanno ampiezze della modulazione di fase $\Phi_{orb} \leq 6500$ radianti. La maggior parte di quelle con brevi periodi orbitali risiede nell'intervallo (*range*) di valori $\Phi_{orb} \sim 20 \div 5000$ radianti. Moltiplicando alcuni dei valori che si

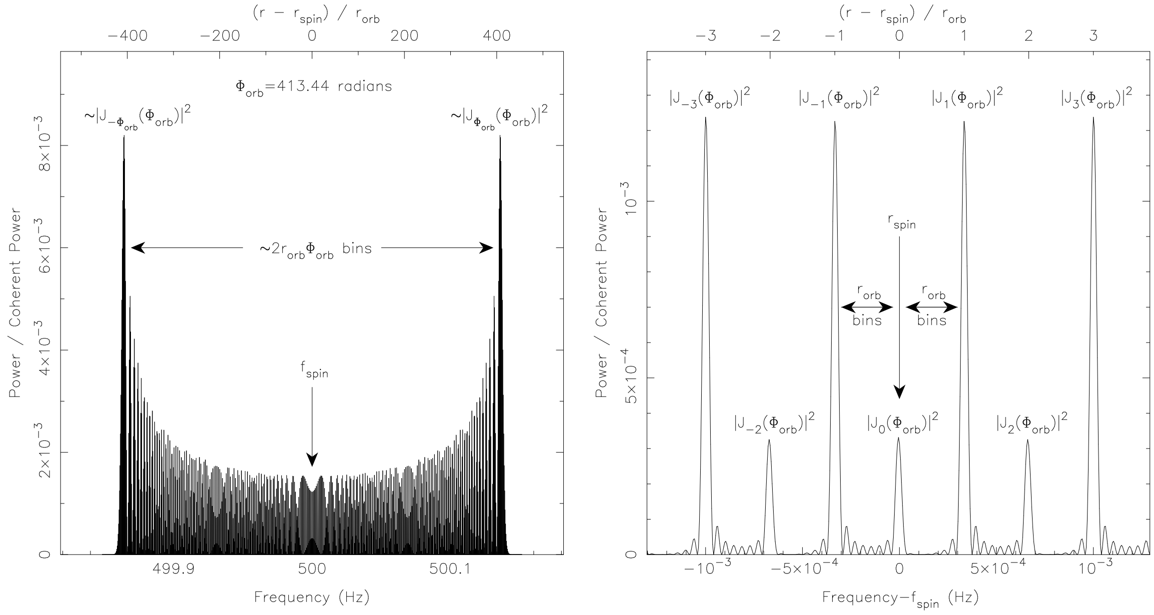


Figura 3.9: Spettro di Fourier centrato sulla frequenza dell'arminica fondamentale di una Pulsar binaria con periodo di pulsazione uguale a 2 milli-secondi. Le proprietà di questa risposta di Fourier sono tipiche di un'orbita circolare con $\Phi_{orb} = 2\pi x_{orb} f_{spin} \gg 1$. L'osservazione ha una durata di 8 ore, il periodo orbitale della Pulsar binaria è di 50 minuti, il semiasse maggiore proiettato è $x_{orb} = 0.132$ lt-s, l'inclinazione del piano orbitale è $i = 60^o$ e la massa della stella compagna è $\sim 0.2 M_\odot$. La figura a destra mostra un ingrandimento della regione centrale del grafico a sinistra. La natura periodica delle *sidebands* con uno spazio tra picco-e-picco di $r_{orb} = T_{obs}/P_{orb}$ è ovvia [36].

trovano in questo *range* per il doppio del minimo valore utilizzabile di r_{orb} (1,5), si ottengono una serie di probabili larghezze minime della "figura" attesa. Così si sceglie di fare una serie di mini-FFTs sullo spettro di potenza per ciascuna larghezza di prova e si verifica la presenza o no di segnale periodico all'interno di essa.

Non appena si è rinvenuta una certa periodicità nello spettro di potenza iniziale, si possono determinare i parametri Kepleriani relativi all'orbita della Pulsar che stiamo potenzialmente osservando. Chiamiamo A_r ed A'_r, i risultati delle FFTs rispettivamente sulla serie temporale e sul suo spettro di Potenza; P_r lo spettro di potenza lungo N bins e relativo ad A_r e P'_r quello lungo M bins ($N \gg M$) e relativo ad A'_r.

Il parametro più facile da determinare è r_{orb}. Il fatto che lo spazio tra due *sidebands* in P_r sia uguale a r_{orb}, implica che il picco più alto in P'_r capiti alla frequenza di Fourier M/r_{orb}; misurando questa frequenza otteniamo r_{orb} e quindi $P_{orb} = T_{obs}/r_{orb}$.

Noto P_{orb}, è possibile misurare il semiasse maggiore proiettato dell'orbita della Pulsar x_{orb}. Per Pulsar abbastanza brillanti il numero dei bins tra le due "corna" dello spettro di potenza P_r (Δ_r) può essere facilmente misurato. Da questo otteniamo

$$x_{orb} \simeq \frac{\Delta_r}{4\pi f_{spin} r_{orb}} ,$$

dove f_{spin} può essere stimata come la frequenza media tra le due "corna". Per Pulsar più deboli le cose si complicano, dato che non sono ben distinguibili le due *sidebands* estreme. Δ_r può però essere stimato utilizzando un certo numero di brevi FFTs di varia lunghezza su P_r; misurando la frequenza corrispondente a P_{orb} si può stimare un valore per x_{orb}.

Una stima del tempo di passaggio al periastro T_o può essere fatta sfruttando la formula

$$\Delta_{T_o} = \frac{P_{orb}}{2\pi}\Big(\phi_{orb} - \frac{\pi}{2}\Big) ,$$

dove ϕ_{orb} è la fase della modulazione dovuta al moto orbitale e Δ_{T_o} l'intervallo di tempo trascorso tra l'inizio dell'osservazione ed il momento in cui la Pulsar passa dal periastro. La ϕ_{orb} può essere ricavata dalla misura delle fasi delle *sidebands* in A_r:

$$\phi_{orb} = \phi_{s+1} - \phi_s - \pi/2$$

dove s è un numero intero che indica la *sideband* in questione. Se la Pulsar è debole e le *sidebands* non si distinguono bene, le loro posizioni si possono calcolare misurando la fase media ϕ_{mean} dell'armonica fondamentale scoperta in A'_r . Il numero di bins dal primo usato per la mini-FFT al picco della prima *sideband* in A_r è semplicemente $\phi_{mean} r_{orb}/2\pi$. Gli altri picchi si trovano a intervalli di distanza r_{orb}.

Per ricerche della durata di $\sim$ 8-12 ore (quasi sempre il massimo possibile considerando la durata giornaliera della visibilità di un tipico Ammasso Globulare da un grande radiotelescopio) questo metodo di ricerca è $\sim$ 2-10 volte più sensibile per binarie strette ($P_{orb} \leq 4$ ore) rispetto al metodo di ricerca coerente.

Ma quali sono gli svantaggi? Soprattutto il fatto di avere a che fare con osservazioni molto lunghe (e quindi costose). Se la Pulsar non è piuttosto brillante (il contrario però permetterebbe di renderla osservabile anche con metodi più semplici), questo metodo richiede il calcolo di numerose mini-FFTs di prova sull'intero spettro di potenza, il che risulta pesante relativamente ai tempi di calcolo.

In realtà, nonostante la pulizia formale del metodo e la sua apparente superiorità concettuale fino ad oggi nessuna Pulsar è stata scoperta esclusivamente grazie a questa strategia di ricerca. Ovvero, tutte la Pulsar finora osservate con questo metodo erano già risultate visibili anche usando o l'analisi standard o uno degli altri 3 metodi descritti in questo paragrafo.

3.4.3 *Stack search*

Dopo aver discusso due metodi di analisi di tipo coerente, esaminiamo ora altri due metodi, che invece sono di tipo **incoerente**, perchè agiscono interamente sullo spettro di potenza relativo alla serie temporale e non preservano l'informazione sulla fase del segnale. Il primo dei due è conosciuto come *stack search*.

Operativamente, si suddivide la serie temporale in N_s sotto-segmenti e si opera una FFT su ciascuno essi. In ciascuno di questi spettri l'effetto Doppler sarà meno rilevante (vedi §3.1.3), quindi ciascuno di essi mostrerà un certo eccesso di potenza a frequenze vicine a quella di rotazione della Pulsar.
Questi spettri vengono quindi messi l'uno sotto l'altro (di qui il nome "pila"= "*stack*") e sommati incoerentemente tra loro. Si dice "incoerentemete" perchè nel sommarli non si tiene in considerazione il fatto che ciascuno di essi si riferisce ad una particolare fase dell'orbita della Pulsar e quindi ad un maggiore o minore *shift* della frequenza di emissione. Per sommarli in maniera coerente bisognerebbe conoscere le caratteristiche dell'orbita del sistema, il che qualche volta è possibile se l'orbita è già stata osservata, ad esempio in un'altra banda di frequenza.

Questo tipo di procedura è utile soprattutto nel caso di osservazioni lunghe (che sono maggiormente sensibili a segnali deboli) per le quali il metodo di ricerca coerente descritto nel paragrafo 3.4.1 richiederebbe tempi computazionali proibitivi.

Sfortunatamente la natura incoerente della somma degli spettri ed il fatto che comunque l'effetto Doppler è sempre presente (soprattutto se la compagna binaria è di grande massa e/o il periodo orbitale è breve) riduce fortemente la sensibilità di questo metodo [35].

3.4.4 *Smoothing* spettrale

Questo metodo opera sullo spettro di potenza del segnale e non preserva informazioni sulla fase del segnale stesso: è quindi pure esso di tipo incoerente.

Operativamente, dopo aver dedisperso il segnale si calcola la FFT dell'intera serie temporale: chiamiamo "1" lo spettro di potenza così derivato. Le frequenze corrispondenti ai maggiori valori di ampiezza dei picchi in questo spettro di potenza, vengono selezionate, ordinate e trascritte in una tabella. Fino a questo punto il procedimento è del tutto simile a quello della ricerca di tipo standard.

L'operazione nuova che viene a questo punto introdotta è uno smussamento (*smoothing*) dello spettro "1" con una funzione rettangolo (*boxcar*). Ciò che facciamo, in pratica, è correlare l'intero spettro con questa funzione.

- **Ma cosa è ed a cosa serve la correlazione?**

  Si definisce prodotto di correlazione tra due funzioni discrete $g(x)$ e $h(x)$ la funzione discreta $f(x_o)$, dove

  $$f(x_o) = g \odot h = \sum_{-\infty}^{+\infty} g(x - x_o)h(x)\,.$$

  È una operazione non commutativa e rappresenta la media pesata della $h(x)$ con pesi che variano secondo la $g(x)$. Questa operazione viene utilizzata nel filtraggio dei segnali (di qualsiasi genere) allo scopo di "smussare" i dati rumorosi. Nel **nostro caso**, l'operazione si applica nell'intento di riuscire ad esaltare il picco corrispondente alla frequenza di emissione della Pulsar.

> Infatti, a causa dell'effetto Doppler, la potenza legata all'impulso periodico è sparpagliata su più bins adiacenti e qundi, data la conseguente diminuzione del suo S/N, tende ad essere sommersa dal rumore (vedi §3.1.3). Correlare una *boxcar* di una certa larghezza nei dintorni di questa frequenza principale, significa "compattare" una serie di ampiezze sparse su più bins in un unico bin. Questo "riassemblamento" di potenza è massimo quando la *boxcar* è centrata sulla frequenza principale ed è larga tanti bins quanti sono quelli su cui l'impulso è sparpagliato; viceversa, il procedimento tende a deteriorare il segnale quando ad essere correlato è un intervallo di bins in cui è presente esclusivamente rumore.

Gli spettri risultanti dalla correlazione tra lo spettro "1" e le *boxcars* di larghezza (nel dominio spettrale delle frequenze) 2-bins, 4-bins, 8-bins e 16-bins vengono identificati rispettivamente con "1-2", "1-4", "1-8" e "1-16". Su ciascuno di questi spettri, come in quello originario, vengono individuati i picchi di ampiezza maggiore e collezionate le frequenze a cui corrispondono in un insieme di tabelle.

A questo punto il procedimento si ripete per un successivo *folding* armonico (vedi §3.1) operato sullo spettro "1". Una volta creato il nuovo spettro "2", su di esso si fa correre la funzione *boxcar* e si producono le liste di sospette periodicità "2-2", "2-4", "2-8", ... Così analogamente per i *folding* armonici 4, 8 e 16.

Nel caso dell'esempio di applicazione del codice descritto finora, si ottengono alla fine 25 tabelle contenenti ciascuna un certo numero di periodicità candidate. Da queste tabelle, selezionando un determinato numero di picchi di ampiezza più elevata, se ne crea un'unica che viene utilizzata per il passo successivo, ovvero il *folding* della serie temporale. Dopodiché si procede come per il metodo standard (paragrafo 3.2).

I vantaggi del metodo di *smoothing spettrale* in termini di tempo di calcolo sono notevoli rispetto all'utilizzo del procedimento di ricerca **coerente**. Infatti con questa procedura calcoliamo un'unica FFT sulla serie temporale (nel caso in cui la DM è sconosciuta ne calcoliamo una per ogni DM di prova). Lo svantaggio è che si perde ogni informazione sulla “fase” del segnale quindi la sua intensità totale non può essere ricostruita interamente.

Capitolo 4

Sviluppo di un ambiente per test ed ottimizzazione dei codici di ricerca di Pulsar binarie

Questo capitolo espone il contenuto della parte di sviluppo di *software* della Tesi. Presentate le motivazioni del lavoro, vengono descritti i vari codici che sono stati sviluppati, al fine di creare un ambiente utile alla ottimizzazione delle metodologie di analisi-dati volte alla ricerca di Pulsar a millisecondo negli Ammassi Globulari.

4.1 Motivazioni

Nel capitolo 3 abbiamo descritto quali sono i quattro metodi che vengono usualmente utilizzati per la ricerca del segnale impulsivo proveniente da una radiopulsar che sia accelerata dall'appartenenza ad un sistema binario. Ognuno di essi presenta dei vantaggi e degli svantaggi, il cui bilancio dipende dai parametri della osservazione e dal tipo di sistema binario che si intende tentare di scoprire.

Il metodo della *ricerca coerente con accelerazione costante* si è rivelato proficuo in molte circostanze, avendo permesso di scoprire molte radiopulsar binarie, ma i tempi di calcolo sono lunghissimi, dato che bisogna calcolare una FFT su tutta la serie temporale per ogni accelerazione di prova. È quindi applicabile solo per la ricerca di ms-Pulsars in Ammassi Globulari di cui sia nota la misura di dispersione DM. Inoltre è poco sensibile alle ms-Pulsars deboli in orbite strette, in quanto per raggiungere la soglia minima di detezione bisognerebbe prolungare il tempo di osservazione oltre il quale l'ipotesi di accelerazione costante non è più valida.

Il *metodo di Ransom* in linea di principio sarebbe adatto per scoprire quest'ultimo tipo di sistemi binari: infatti si basa (ed anzi richiede) osservazioni molto più lunghe del periodo orbitale della sorgente. All'atto pratico, se la Pulsar è debole questo metodo è risultato finora incapace di scorgere la peculiare forma "bi-cornuta" del segnale in mezzo al rumore endemico presente nello spettro di potenza. E in effetti, fino ad oggi nessuna Pulsar è stata ancora scoperta grazie all'utilizzo di questa sofisticata procedura.

La *stack search* è molto più rapida in fase di esecuzione della ricerca coerente ad accelerazione costante, ma è a sua volta poco sensibile nei casi in cui abbiamo a che fare con periodi orbitali molto brevi o con Pulsars moderatamente accelerate, ma il cui segnale è intrinsecamente debole. La somma incoerente operata sullo spettro di potenza riduce infatti la capacità di ricostruire completamente la potenza del segnale e se esso fosse già in origine ai limiti di detezione, ciò lo potrebbe portare a confondersi completamente con il rumore.

Lo *smoothing spettrale* si propone come un compromesso fra velocità di calcolo e sensibilità. Esso ambisce a riassemblare e quindi a riconoscere il segnale sparpagliato nello spettro di potenza a seguito del moto orbitale della sorgente, senza però effettuare tutte le mini-FFT richieste dal metodo di Ransom. Essendo un metodo di ricerca "incoerente" soffre anch'esso della scarsa capacità di sommare in fase segnali deboli.

Ovviamente, ognuno dei 4 metodi descritti opera utilizzando una serie di *parametri interni*: ad esempio la lunghezza della serie temporale ed il numero di accelerazioni di prova per la ricerca coerente; la lunghezza delle mini-FFT per il procedimento di ricerca basato sulla modulazione di fase; il numero di sotto-segmenti in cui spezzettare la serie temporale iniziale per la *stack search*; la lunghezza massima ed il numero di *boxcar* di prova nel caso del metodo dello *smoothing* spettrale. Scegliere il valore di questi parametri significa orientare i codici verso la ricerca di un determinato tipo di Pulsar e di una specifica classe di sistemi binari.

Si pone allora la **necessità di ottimizzare questi parametri interni** di ricerca **in modo da massimizzare l'intervallo di parametri fisici**, rotazionali ed orbitali, **della classe di radiopulsar binarie a cui un dato metodo è sensibile**. Una meta ancora più ambiziosa è quella di **paragonare fra loro i risultati dei 4 metodi di ricerca, al fine di stabilire una procedura generale che garantisca la massima efficienza** di ricerca per ogni assegnata tipologia di Pulsar binaria. Come primo passo in questa direzione, era necessario creare un ambiente *software* dove poter perseguire gli obiettivi sopra esposti.

In questa ottica, *scopo della mia tesi è stata la creazione e lo sviluppo di un ambiente di lavoro utile sia all'ottimizzazione, sia alla reciproca comparazione dei codici di ricerca di Pulsar binarie.* In particolare, in sede di test, si è focalizzata l'attenzione sul codice attualmente operante a Bologna, che è quello che utilizza lo *smoothing* spettrale.

4.2 Struttura generale dell'ambiente sviluppato

L'ambiente di lavoro sviluppato in questa Tesi consta di 5 moduli principali, qui elencati con una sommaria descrizione del loro utilizzo:

- **simulazione del segnale**
  un codice "simulbp.f" che simula serie temporali generate da Pulsar binarie i cui parametri rotazionali e orbitali sono a scelta dell'utente;

- **analisi del segnale: FFT, *smoothing* e *folding* armonici:**
  un codice che legge i *files* prodotti da "simulbp.f", calcola la FFT e poi opera su di essa "combinazioni" di *folding* armonici e correlazioni con funzioni rettangolo (*boxcars*) di varie dimensioni;

- **generazione delle liste di sospetti**
  un codice che, per ognuna delle "combinazioni" di *folding* armonico e correlazione con una *boxcars*, crea una lista in cui vengono elencate le frequenze candidate, cioè le frequenze corrispondenti ai picchi più alti emersi nello spettro

di potenza del segnale dopo che ad esso è stata applicata la detta combinazione di *folding* armonico e correlazione con*boxcars*;

- **normalizzazione delle liste dei sospetti**
  un codice che normalizza i rapporti Segnale/Rumore (S/N) delle frequenze di ciascuna delle liste prodotte nel punto precedente, basandosi sul modo in cui si distribuiscono i rapporti segnale-rumore di una simulazione in cui sia presente solo Rumore;

- **combinazione delle liste normalizzate di sospetti**
  un codice che, selezionando da ciascuna delle liste normalizzate un certo numero di frequenze, costruisce vari tipi di liste riassuntive di candidati da passare ad una analisi successiva (in pratica su cui compiere il *folding* temporale).

Nel prossimo paragrafo, analizziamo in maniera più approfondita ciascuno dei citati compiti (*tasks*) di cui si compone l'ambiente di lavoro sviluppato.

4.2.1 Simulazione del segnale

Nel corso del nostro lavoro abbiamo sviluppato il programma fortran "simulbp.f", allo scopo di poter simulare il segnale emesso da una Pulsar con un periodo di rotazione da noi determinato ed appartenente ad un sistema binario di cui noi possiamo stabilire i parametri; la Pulsar percorre un'orbita circolare ed è osservata "di taglio"(*edge on*). Il rumore (*noise*) introdotto da questo codice è di tipo casuale (*random*) ed è generato dalla routine "srand.f".
Il codice "simulbp.f" ci chiede di inserire i seguenti dati:

- nome del *file* in uscita
- disco sul quale scrivere i dati
- durata dell'osservazione
- periodo di *spin* della Pulsar

- rapporto dp/p tra la massima variazione lungo l'orbita del periodo di *spin* ed il periodo stesso della Pulsar

- periodo orbitale della Pulsar

- intensità del segnale

- *duty cicle* del segnale

Il "nome" del *file* in uscita deve essere composto da 11 caratteri (l'ultimo carattere deve essere il numero "1"). Il codice produce in realtà due *files*: uno con nome "nome.DDM" e l'altro denominato "nome.HDRDDM". La serie temporale simulata si trova all'interno del *file* "nome.DDM", mentre il secondo *file* contiene i parametri dell'osservazione. Ovviamente si può scegliere qualunque disco accessibile alla macchina in uso per scrivere i *files* in uscita.

La durata dell'osservazione è espressa in termini di numero di campionamenti (ognuno dei quali tipicamente occorre ogni 1.25×10^{-4} secondi). Il codice richiede che questo numero di campionamenti n sia dato come potenza di 2: inserendo ad esempio il valore 22, il codice simulerà una serie temporale composta di 2^{22} intervallini della durata di 0.000125 secondi, quindi della durata complessiva di $2^{22} \times 0.000125 = 524.29$ secondi.

I periodi di *spin* ed orbitale della Pulsar sono richiesti in secondi; ovviamente inserendo periodi orbitali molto grandi, il segnale simulato non risentirà dell'effetto Doppler perché per la durata dell'osservazione la velocità della radiopulsar rimane pressoché costante: è il caso di una Pulsar isolata.

Il termine che il codice definisce dp/p indica il rapporto tra la massima variazione del periodo di pulsazione osservato ed il periodo di pulsazione intrinseco della Pulsar. Riprendendo la formula 3.7 e ricordando che le velocità massima e minima della Pulsar sono rispettivamente $+v_0$ e $-v_0$ (dove v_0 è la velocità orbitale), otteniamo che (f è la frequenza di spin)

$$\frac{dp}{p} = -\frac{df}{f} = \frac{2v_0}{c} \simeq \frac{4\pi a}{c\,P_{orb}}\,. \tag{4.1}$$

La velocità orbitale della Pulsar è funzione del raggio della sua orbita attorno al centro di massa del sistema binario (a) e del suo periodo orbitale. Fissato il periodo orbitale possiamo stimare il dp/p in base alla massa della stella compagna che vogliamo simulare ed assumendo che la massa della Pulsar M_p sia di 1.4 $M_\odot$. Questa stima si ottiene utilizzando la funzione di massa e sostituendo ad a il suo valore ottenuto dalla 4.1:

$$\frac{M_c^3}{(M_c + M_p)^2} = \frac{4\pi^2 a^3}{G\,P_{orb}^2} \simeq \left(\frac{dp}{p}\right)^3 \frac{c^3}{16\pi} \frac{P_{orb}}{G}\,.$$

L'ampiezza del segnale viene introdotta come semplice numero adimensionale e determina l'intensità della Pulsar simulata. Un ultimo parametro è quello relativo al *duty cycle* e viene richiesto in percentuale. Il programma opera simulando una serie di dati (numeri) in maniera casuale (rappresentativi del rumore) e somma ad essi un numero (quello dettato dall'ampiezza di *input*) ogni qualvolta si ripete il periodo di rotazione e per una frazione di lunghezza di quest'ultimo corrispondente alla percentuale definita nel parametro di *input duty cycle*.

I parametri scelti determinano le caratteristiche intrinseche della Pulsar, ma ciò che poi il codice genera è una serie temporale di tipo realmente osservato. I dati sono quindi impacchettati nel *file* in uscita in maniera tale da riprodurre l'esito di una reale osservazione di Ammassi Globulari (ad eccezione dell'effetto dispersivo sul segnale). In particolare si è scelto il formato tipico dei *files* prodotti da osservazioni compiute presso il radiotelescopio di Parkes, in Australia. Esse si effettuano utilizzando 512 canali, ciascuno largo 0.5 Hz per un intervallo totale di frequenze osservate che va da 1517.75 a 1315.75 Hz. Le informazioni ricevute da ciascuno di questi canali vengono memorizzate in $2^n/768$ *records* lunghi ciascuno 768 campionamenti. Come detto, la serie temporale prodotta dal codice "simulbp.f" è già de-dispersa, ossia la somma opportuna dei segnali ricevuti su tutti i canali componenti la intera banda di osservazione.

4.2.2 Analisi del segnale

Per analizzare e compiere operazioni sui *files* che contengono le serie temporali simulate, abbiamo scritto un nuovo codice ("progr.f") in grado di trasformare "serie_temporali.DDM" in "spettri_di_potenza.dat". Questo codice legge i $2^n/768$ *records* (contenenti ciascuno 768 campionamenti) contenuti nella "serie_temporali.DDM" e li riscrive in un unico vettore lungo 2^n, adatto ad essere sottoposto ad una DFT (D*iscrete* F*uorier* T*ransform*). Il codice "progr.f" ci permette inoltre di "spezzettare" la serie temporale in "sotto-serie" di durata minore, in modo tale da poter analizzare in fasi diverse l'intera orbita della Pulsar e valutare il variare degli effetti dovuti al Doppler (questo approccio è stato ad esempio utilizzato per produrre le figure degli spettri di potenza inclusi nel paragrafo 3.3.1).

Successivamente "progr.f", utilizzando le subroutines scrfft.f e SGLFFT.f (quest'ultima contiene l'implementazione di una classica trasformata rapida di Singleton), calcola la FFT (F*ast* F*ourier* T*ransform*) discreta della serie temporale. Il risultato della FFT è una serie di valori reali (Re) ed immaginari(Im), disposti alternativamente. Abbiamo generato lo spettro di potenza calcolando ogni suo valore come la somma dei quadrati di un numero reale e del "contiguo" numero immaginario. In questo modo lo spettro di potenza ha una lunghezza pari alla metà della lunghezza della serie temporale. Per visualizzare gli spettri abbiamo utilizzato il pacchetto di grafica "PGPLOT", composto da una serie di subroutines in linguaggio Fortran.

La potenza del segnale relativa ad ogni frequenza di emissione viene espressa in termini del rapporto segnale-rumore (Signal to Noise, S/N). In particolare l'entità del rumore è calcolato come scarto quadratico medio (RMS) delle potenze calcolate:

$$\mathrm{RMS} = \sqrt{\frac{\sum_{\mathrm{i}=0}^{\mathrm{ndat}}(\mathrm{Potenza(i)} - \overline{\mathrm{Potenza}})^2}{\mathrm{ndat}}},$$

dove ndat è il numero di *bins* che compongono lo spettro, Potenza(i) la potenza relativa a ciascun *bin* e $\overline{\mathrm{Potenza}}$ la media aritmetica di tutte le potenze appartenenti allo spettro.

Allo scopo di testare il metodo dello *smoothing* spettrale, abbiamo creato il programma TAB.f che, data la lunghezza (in *bins*) dello spettro, il numero d'ordine del *folding* armonico e la larghezza (in *bins*) della *boxcar* con cui correlare lo spettro, esegue:
- il *folding* armonico (e scrive in un ulteriore *file* lo spettro "piegato a metà" che potrà essere utilizzato per *folding* armonici di ordine superiore);
- la correlazione dell'intero spettro con una funzione rettangolo di larghezza finita (il codice permette in realtà di variare anche la scelta della funzione di *smoothing*, correlando lo spettro con funzioni diverse da una *boxcar*);
- il calcolo del RMS dello spettro risultante da queste operazioni e quindi la determinazione degli opportuni rapporti segnale-rumore.

4.2.3 Generazione delle liste di sospetti

Per ogni simulazione di Pulsar binaria vengono operati 5 *folding* armonici, cioè si ripiega in due lo spettro per 5 volte. Chiamiamo 1, 2, 4, 8, 16 i *folding* armonici con numero d'ordine rispettivamente 1, 2, 4, 8, 16. Nel caso non operassimo anche lo *smoothing* dello spettro, otterremmo alla fine 5 spettri, che chiamiamo 1-1, 2-1, 4-1, 8-1 e 16-1.

Identifichiamo invece con le larghezze delle *boxcars* (misurate in *bins*) il risultato delle rispettive operazioni di correlazione dello spettro con una funzione rettangolo. Quindi nel caso si utilizzino 5 *boxcars* larghe rispettivamente 1, 2, 4, 8 e 16 *bins*, operando uno *smoothing* sullo spettro originario si generano gli spettri 1-1, 1-2, 1-4, 1-8 e 1-16.

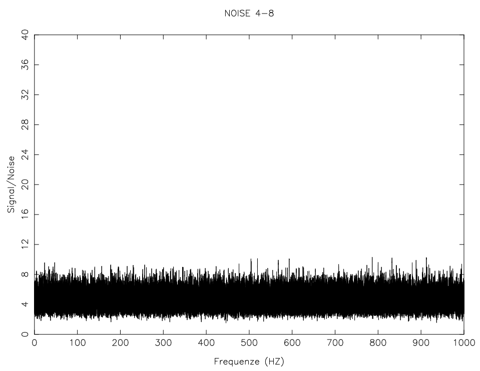
Combinando queste due operazioni, si ottengono in definitiva 25 spettri che sono chiamati 1-1, 1-2, 1-4, 1-8, 1-16, 2-1, 2-2, ... e 16-16, ove il primo numero indica il numero d'ordine di *folding* armonico, il secondo la larghezza della *boxcar*.

A ognuno di questi spettri viene applicata una routine di riordinamento, sort2.f, che elenca tutte le frequenze contenute in ogni spettro in ordine di rapporto segnale-rumore decrescente. Le coppie di valori così ordinate, costituite da una frequenza e dal segnale-rumore ad essa associato, vengono immagazzinate in opportuni *files* (uno per ogni *folding* armonico e ampiezza della *boxcar* usata per lo *smoothing* spettrale) per un successivo utilizzo. Definiamo questi *files* **liste di sospetti** (o tabelle di periodi candidati) in quanto esse sono ordinate in ragione dei rapporti segnale-rumore e le frequenze relative ai più elevati valori del segnale-rumore (corrispondenti ai picchi nello spettro di potenza della serie temporale) sono quelle in linea di principio indiziabili (*sospettabili*) di essere causate da un segnale periodico prodotto da una Pulsar.

A questo punto il metodo dello *smoothing* spettrale richiede di selezionare da ciascuna lista di sospetti un certo numero di frequenze in modo tale da poter creare un'unica o poche liste complessive da passare alla successiva fase di analisi, cioè al *folding* temporale (di cui abbiamo parlato nel paragrafo 3.2). I successivi moduli del codice da noi approntato permettono di eseguire questa operazione in maniera flessibile.

4.2.4 Normalizzazione delle liste di sospetti

Il problema di come e quante frequenze selezionare da ciascuna delle liste di sospetti al fine di creare un'unica lista finale corrisponde a porsi la domanda seguente: *come paragonare fra loro i periodi candidati prodotti dalle varie liste?*, ovvero come stimare la credibilità di un candidato con criteri il più possibile oggettivi?



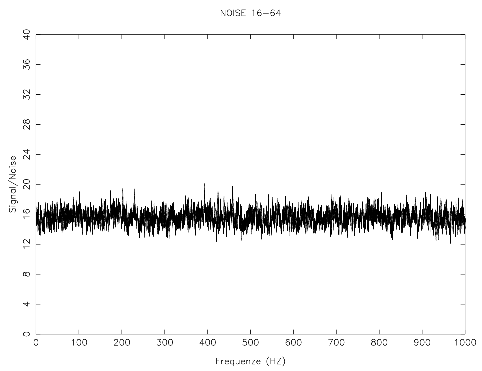


Figura 4.1: Spettro relativo ad una simulazione di ~ 17 minuti di solo rumore. Lo spettro è stato sottoposto a *folding* armonico di ordine 4 (*a sinistra*) e 16 (*a destra*) ed è stato correlato con *boxcars* di larghezza 8 (*a sinistra*) e 64 (*a destra*) *bins*.

Sarebbe comodo poter scegliere tra le frequenze di tutte le liste solo quelle che hanno il maggiore rapporto segnale-rumore, ma ciò condurrebbe a grossolani errori per il semplice motivo che all'aumentare del numero d'ordine del *folding* armonico (e/o all'aumentare della larghezza della *boxcar*) al quale la tabella si riferisce il valore medio del rapporto segnale-rumore dell'intero spettro cresce, come è ben evidenziato nella figura 4.1. Una semplice combinazione delle diverse liste basata sul valore nominale del segnale-rumore dei vari periodi condidati, selezionerebbe dunque per lo più frequenze appartenenti a liste relative ad ordini di *folding* e ampiezze di correlazione più elevati. Il motivo di questo sbilanciamento dipende dalla distribuzione statistica del Rumore nelle varie liste: c'è bisogno quindi di "pesare" la selezione di periodicità sospette dalle varie liste in accordo a come il rumore contenuto nella serie temporale originale è modulato dalle operazioni che vengono compiute per generare i vari spettri da cui le tabelle discendono.

Il primo passo per costruire un metodo oggettivo per comparare fra loro periodi sospetti appartenenti a liste diverse è quindi quello di studiare come si distribuisce il rapporto segnale-rumore di uno spettro generato solo da rumore gaussiano, al variare degli ordini di *folding* armonico e di correlazione. Per questo motivo, è stato dapprima generato uno spettro relativo ad una osservazione contente solo rumore. A tale spettro sono state poi applicate le più volte descritte operazioni di *folding* armonico e di correlazione con una funzione rettangolo. È stata quindi graficata (mediante il programma distrib.f) la distribuzione statistica del rapporto segnale/rumore relativa ad ogni spettro risultante. Nella figura 4.2 sono riportati i risultati di queste operazioni: per ogni lista (identificata in alto a destra in ogni pannello dall'ordine di folding F e dalla larghezza della *boxcar* B) in ordinata è rappresentato il numero di frequenze che hanno un dato valore del rapporto segnale/rumore, in funzione del rapporto segnale/rumore stesso (il cui valore è indicato in ascissa con identica scala per tutti i pannelli). Come si può notare dalla figura 4.2, all'aumentare dell'ordine di *folding* armonico e della larghezza della *boxcar* che utilizziamo per la correlazione dello spettro, la distribuzione dei valori del rapporto segnale/rumore si sposta verso valori più elevati.

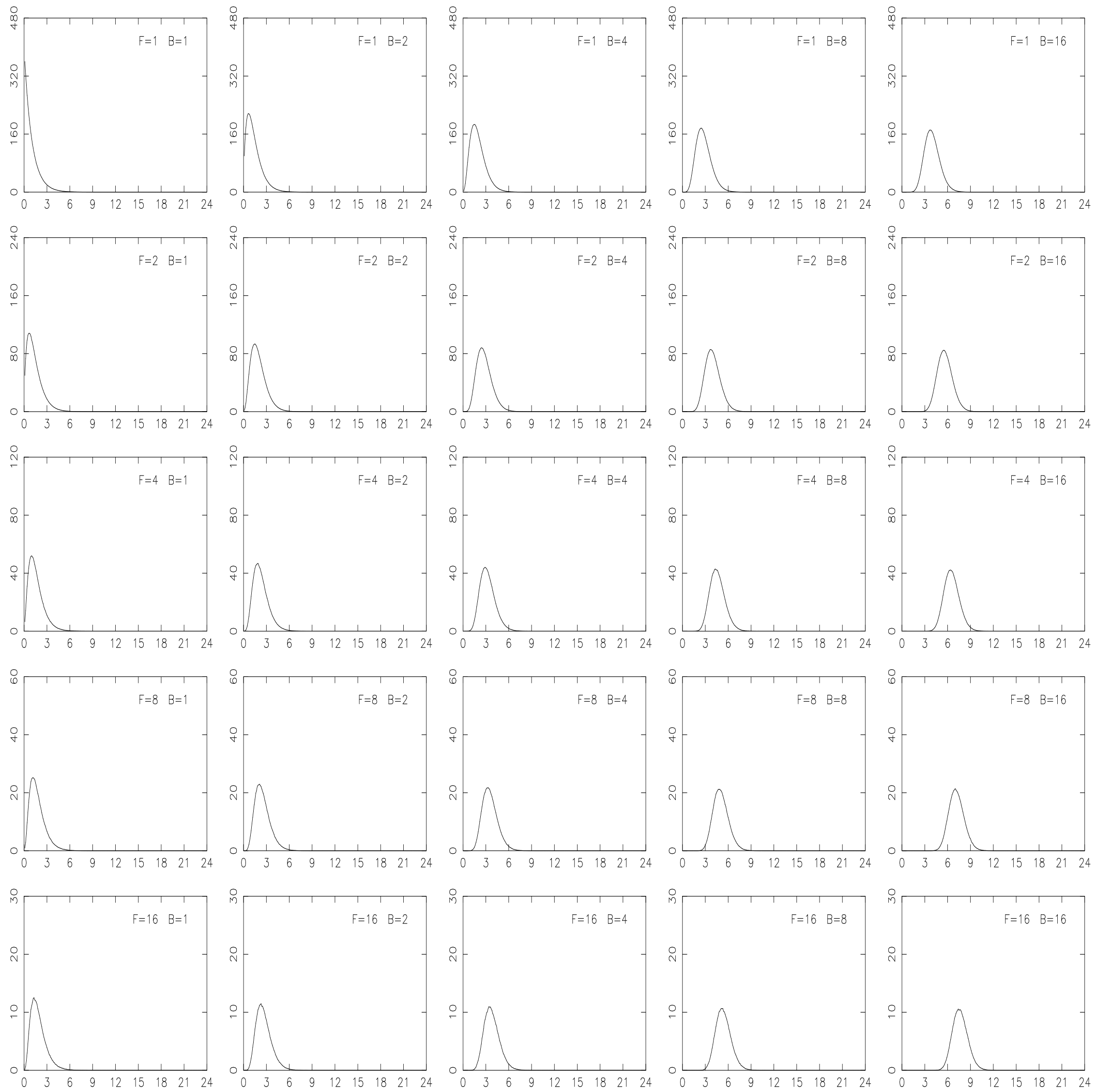


Figura 4.2: Simulazione di un'osservazione contenente solo rumore lunga 1048.58 sec (2^{23} *bins*). Questi grafici rappresentano la distribuzione del rumore per ciascuna fase di *folding* armonico (righe) e correlazione (colonne). È rappresentato il numero di frequenze (in ordinata: i numeri sull'asse delle y sono stati divisi per 10^3) che hanno un determinato rapporto segnale-rumore (riportato in ascissa). Dall'alto verso il basso abbiamo i casi di *folding* armonico rispettivamente 1,2,4,8 e 16. Da sinistra verso destra (su ogni riga) abbiamo i casi di correlazione con *boxcars* di larghezza rispettivamente 1,2,4,8 e 16 *bins*. **Nota**: *Per ogni successiva fase di folding armonico l'asse delle ordinate è stato dimezzato poichè per ognuna di queste fasi, lo spettro di potenza viene "piegato" in due e quindi il numero di frequenze è ridotto alla metà rispetto alla fase di folding armonico precedente.*

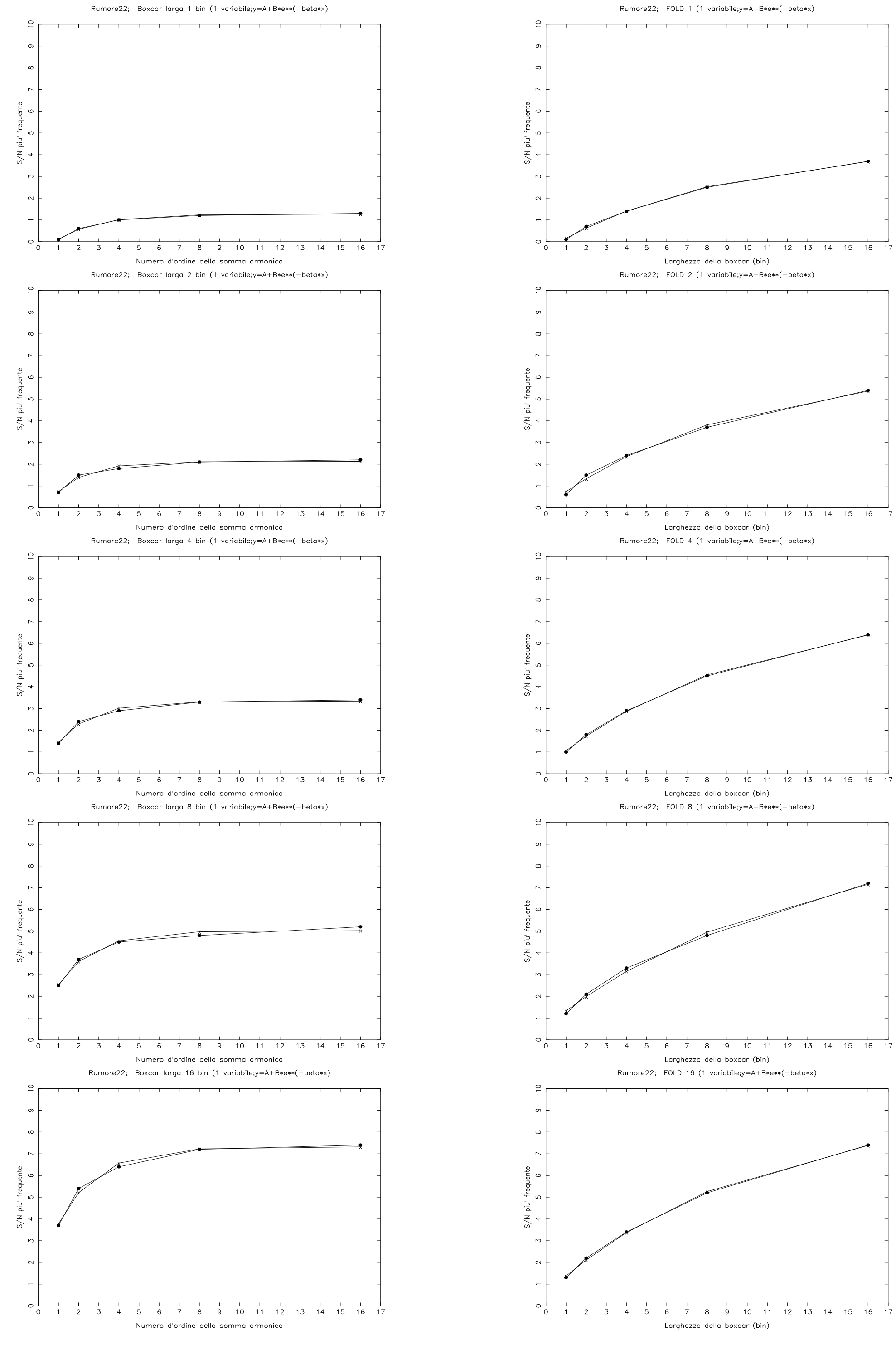


Figura 4.3: Andamenti del picco delle distribuzioni dei rapporti segnale/rumore presentati nella figura 4.2. *A sinistra:* a larghezze di *boxcars* fissata (in ordine crescente dall'alto verso il basso), è rappresentata la relazione fra il numero d'ordine di *folding* armonico e il rapporto segnale-rumore di picco. *A destra:* a numero d'ordine di *folding* armonico fissato (in ordine crescente dall'alto verso il basso) è riportata la relazione fra la larghezza di *boxcars* ed il S/N di picco. I pallini indicano i valori realmente trovati di S/N, mentre le X indicano i valori determinati applicando la funzione non lineare 4.2 con i valori dei parametri A, B e C riportati nelle tabelle 4.1 e 4.2.

L'andamento generale della posizione dei picchi nelle distribuzioni dei rapporti S/N è evidenziato nella figura 4.3. In essa viene plottato (colonna a destra), per ciascun ordine di *folding* armonico, il valore di picco del rapporto segnale-rumore in funzione del numero d'ordine della correlazione dello spettro di solo rumore con una funzione rettangolo. Viceversa, nella colonna di sinistra della figura 4.3 è tracciato, per ciascun ordine di correlazione, il valore del rapporto segnale/rumore di picco in funzione della fase di *folding* armonico. Questi andamenti monotoni crescenti del S/N di picco possono essere ben "modellizzati" da una funzione non lineare ad una variabile e tre parametri il cui valore è stato ottenuto, caso per caso, usando una ruotine di ricerca del *best-fit* col metodo dei minimi quadrati, nlfit.f (ricavata dal Numerical Recipes):

$$\mathrm{S/N}(x) \; = A \, + \, B \cdot 10^{-Cx}\,, \tag{4.2}$$

dove x è o il numero d'ordine del *folding* armonico (nei 5 grafici a sinistra) o la larghezza della *boxcar* di correlazione (nei 5 grafici a destra). A, B e C sono invece i parametri sottoposti alla operazione di *fitting*. I loro valori sono riportati rispettivamente nelle tabelle 4.1 e 4.2.

	A	B	C
1 *bin*	1.27	-1.94	0.58
2 *bins*	2.13	-2.63	0.63
4 *bins*	3.34	-3.43	0.59
8 *bins*	5.02	-4.33	0.56
16 *bins*	7.32	-5.95	0.52

Tabella 4.1: Valori dei parametri di fit della funzione 4.2 per i 5 casi di larghezza della *boxcar* di correlazione fissata e *folding* armonici variabili.

Tornando alla domanda iniziale (come stimare la credibilità di un candidato con criteri il più possibile oggettivi?), osserviamo che le distribuzioni di S/N dello spettro di una serie temporale di "puro rumore", rappresentate in figura 4.2, si prestano ad un esame di tipo probabilistico. In particolare, una volta normalizzata ad 1 l'area totale sottesa da ognuna delle curve di distribuzione, l'area sottesa da

	A	B	C
1	4.47	-4.83	0.11
2	6.47	-6.39	0.11
4	7.79	-7.46	0.10
8	9.43	-8.81	0.09
16	9.14	-8.57	0.10

Tabella 4.2: Valori dei parametri di fit della funzione 4.2 per le 5 fasi di *folding* armonico fissato e larghezza delle *boxcars* variabili.

una data curva, posta a destra di un certo valore in ascissa (diciamo corrispondente ad un rapporto segnale/rumore $(S/N)_0$), rappresenta la *probabilità* che nello spettro di potenza della serie temporale esaminata siano contenuti picchi dovuti a rumore aventi $(S/N)>(S/N)_0$.

Come utilizzare queste informazioni ricavabili dai grafici di figura 4.2 nel caso in cui si esamini una serie temporale non costituita di solo rumore, ma potenzialmente contenente un reale segnale periodico prodotto da una Pulsar? In questa prospettiva ci viene in aiuto il fatto che, ad accezione di un ristrettissimo manipolo di sorgenti (una cinquantina, e tutte ben note) **il segnale prodotto da una Pulsar è sempre così debole da essere statisticamente sommerso nel rumore dell'osservazione**. Come conseguenza di questo fatto, ci aspettiamo che le curve di distribuzione di S/N presentate nella figura 4.2 non siano significativamente modificate se, invece di una serie temporale di puro rumore, utilizzassimo una serie temporale in cui, oltre al rumore, sia stato iniettato un segnale periodico di ampiezza non troppo grande (quale usualmente si riscontra nelle Pulsar realmente osservate). Questa supposizione è stata da noi verificata ripetendo l'esercizio descritto sopra appunto nel caso dello spettro di una serie temporale costituita da "rumore+debole segnale periodico": i grafici finali ottenuti sono in effetti indistinguibili da quelli riportati nella figura 4.2.

Abbiamo allora adesso in mano un criterio oggettivo per valutare la credibilità di un periodo candidato che appare come picco di elevato S/N nello spettro di una serie temporale generica , potenzialmente contenente il segnale periodico di una Pulsar ed alla quale sia stato applicato un *folding* armonico d'ordine F e una correlazione con una *boxcar* di lunghezza B. In pratica, al valore osservato di (S/N) si può associare una probabilità che esso sia dovuto a rumore, utilizzando la curva di distribuzione di S/N opportuna (quella relativa al dato F e al dato B, fra quelle di figura 4.2) e calcolando l'area al di sotto di questa curva e a destra del valore (S/N). Ovviamente, quanto più bassa risulterà la probabilità che la data periodicità nello spettro sia dovuta a rumore, quanto più alta sarà la credibilità che la periodicità in questione sia frutto del segnale impulsivo di una Pulsar.

In pratica il codice di *normalizzazione* delle liste che abbiamo creato:
- legge la lista di periodi candidati relativi ad una serie temporale simulata al cui spettro sia stata applicato un *folding* armonico d'ordine F e una correlazione con una funzione rettangolo di lunghezza B *bins*;
- associa al rapporto segnale/rumore di ogni periodo candidato la corrispondente probabilità che viene determinata consultando la tabella di probabilità relativa ad una serie temporale di solo rumore, il cui spettro abbia subìto un *folding* armonico d'ordine F e una correlazione con una funzione rettangolo di lunghezza B *bins* (per comodità sia le tabelle di probabilità sia gli spettri vengono traslati in modo da avere valore medio (S/N)=0 per il rapporto segnale/rumore su tutto lo spettro);
- crea una nuova lista di periodi candidati in cui oltre al periodo stesso ed al suo rapporto segnale-rumore viene elencata anche la rispettiva probabilità;
- riordina la lista in ordine di probabilità crescenti, in modo che ai primi posti figurino i periodi candidati aventi le probabilità più basse di essere attribuibili a rumore;
- ripete le medesime succitate operazioni per gli spettri relativi a tutti gli ordini F di *folding* armonico ed a tutte le lunghezze B della *boxcar* usata per lo *smoothing* spettrale.

4.2.5 Combinazione delle liste normalizzate

Utilizzando le nuove liste prodotte col metodo di normalizzazione del paragrafo precedente, l'ultima parte del codice sviluppato in questa Tesi dà la possibilità di combinarle in vario modo al fine di generare una unica o più liste finali.

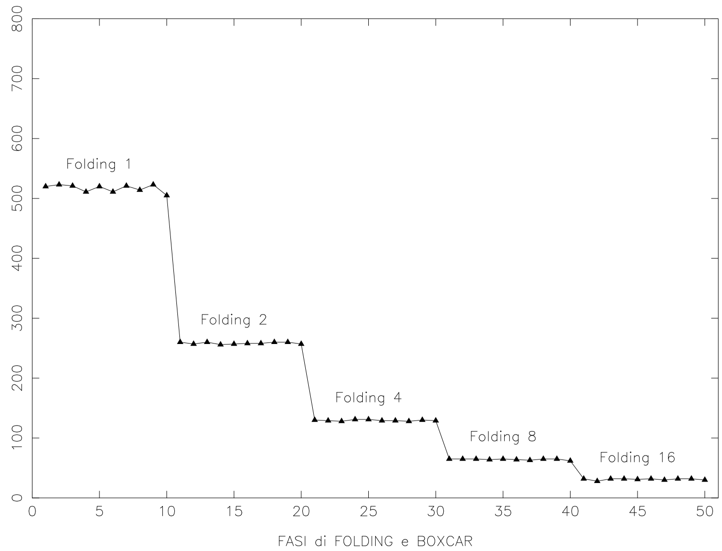


Figura 4.4: I triangoli rappresentano il numero di *periodi candidati* relativi ad una determinata combinazione di *folding* armonico e correlazione operate sullo spettro di una serie temporale di solo rumore. I triangolini collocati su ogni "gradino" del grafico corrispondono in ordine (da sinistra a destra) alla correlazione con *boxcars* larghe rispettivamente 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256 e 512 *bins* ed all'ordine di *folding* armonico associato al "gradino" di appartenenza. Il grafico è costruito considerando i primi 10000 periodi candidati che sono entrati nella lista finale dei sospetti dopo aver combinato le liste relative a diversi *folding* armonici e correlazioni con il sistema delle probabilità descritto nel testo. Come si nota, il sistema adottato bilancia soddisfacentemente la distribuzione del numero di candidate periodicità fra le liste relative allo stesso *folding* armonico e diverse *boxcars*. Viceversa, le candidatè periodicità dei *folding* armonici di ordine basso prevalgono in numero rispetto a quelle dei *folding* d'ordine più elevato.

Il tipo di combinazione più naturale è quella in cui tutte le liste normalizzate vengono convogliate in una unica lista e questa è ordinabile sulla base delle probabilità. Abbiamo allora indagato come si distribuiscono in una unica siffatta listona finale i periodi candidati più probabili provenienti da spettri costruiti con diversi ordini di *folding* armonico F e diverse lunghezze della *boxcar* di correlazione, nel caso di una serie temporale di puro rumore.

Con un semplice programma di conteggi, leggendo i primi 10000 valori con probabilità più bassa della lista finale e le relative liste d'ordine (F,B) a cui appartengono, abbiamo costruito il grafico 4.4 in cui è rappresentato il numero di "presenze" di periodi candidati provenienti da ogni lista d'ordine (F,B). Ci siamo soffermati sui primi 10000 periodi candidati in quanto quello è il massimo numero di "sospetti" che è ragionevolmente possibile passare a fasi di indagine successive in una ricerca reale di Pulsar. Si nota facilmente la maggiore presenza di candidati provenienti da tabelle aventi numeri d'ordine F di *folding* armonico bassi; mentre in candidati provenienti da operazioni di *smoothing* spettrale con *boxcar* di diversa lunghezza si distribuiscono quasi uniformemente entro ogni dato valore di *folding* armonico. Questo andamento è spiegabile considerando che il numero di *bins* spettrali (e quindi ovviamente anche il numero totale di periodi candidati) dimezza fra ogni *folding* armonico ed il successivo: in uno spettro di puro rumore ci aspettiamo di avere dunque maggiore presenza di candidati a *folding* armonici bassi. Per ovviare a questo problema, nella generazione di una unica listona finale si procede a pesare in modo diverso le probabilità relative a diversi *folding* armonici, in modo da rendere equidistribuita la presenza fra i primi 10000 periodi di "sospetti" provenienti sia da diversi ordini di *smoothing* spettrale sia da diversi ordini di *folding* armonico, come raffigurato in figura 4.5.

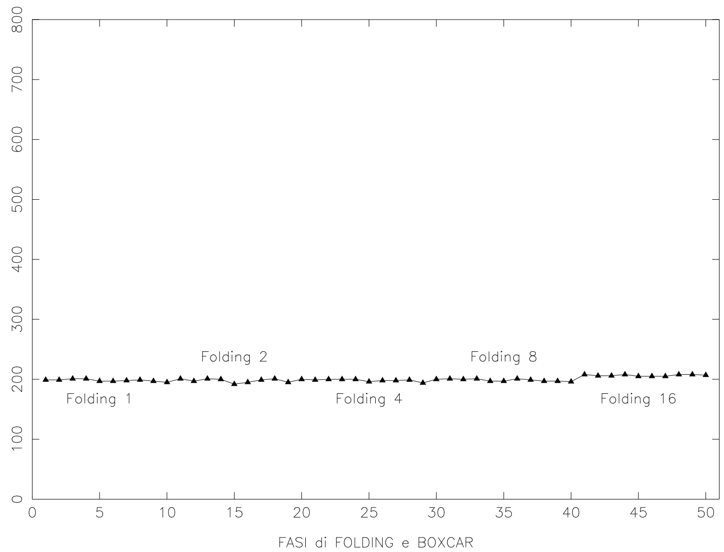


Figura 4.5: Il significato dei simboli è il medesimo di quelli usati nella figura 4.4. Il grafico è costruito considerando i primi 10000 periodi candidati che sono entrati nella lista finale dei sospetti dopo aver combinato le liste relative a diversi *folding* armonici e correlazioni con il sistema descritto nel testo delle probabilità *pesate* fra *folding* armonici diversi. Come si nota, il sistema adottato bilancia soddisfacentemente la distribuzione del numero di candidate periodicità fra le liste relative a diversi *folding* armonici e diverse *boxcars*.

In realtà, come discusso nel capitolo 3, l'utilità di operare operazioni di *folding* armonico nella ricerca di Pulsar dipende dalle caratteristiche delle Pulsar in esame. In particolare, le Pulsars di lungo periodo rotazionale tendono a presentare profili di impulso molto stretti la cui potenza si distribuisce nelle spettro fra varie armoniche. Per questo tipo di Pulsars, effettuare l'operazione di *folding* armonico è dunque senz'altro utile. Viceversa, molte delle Pulsar a millisecondo sono caratterizzate da profili di impulso molto più larghi (cioè *duty cycle* elevati) e questo, combinato con la loro intrinseca bassa densità di flusso, fa sì che le loro armoniche di ordine superiore alla 2.a (o al massimo alla 3.a) siano quasi sempre inosservabili nello spettro di potenza (fanno eccezione 4-5 ms-Pulsars molto potenti, fra le quali però nessuna è inclusa in Ammassi Globulari). Nel caso di un programma di ricerca di ms-Pulsars negli Ammassi Globulari, compiere 4 o 5 operazioni di *folding* armonico dovrebbe dunque risultare inutile o persino deleterio, giacchè si amplia il numero di periodi candidati spuri nelle liste finali.

Alla luce di queste considerazioni abbiamo pensato fosse più proficuo che il codice lasciasse all'utente la possibilità di creare una lista finale combinando un numero qualsiasi di liste, a scelta fra tutte quelle prodotte negli stadi precedenti del lavoro.

Quindi i moduli *software* di questa sezione finale dell'ambiente di sviluppo prodotto in questa Tesi operativamente:

- chiedono all'utente di specificare quali numeri F (d'ordine di *folding* armonico) e quali lunghezze B (della *boxcar* di correlazione) sono da utilizzarsi ai fini della produzione della/e lista/e finale/i;

- leggono da ciascuna lista normalizzata avente indice F e B selezionato al punto precedente, i periodi candidati, i loro rapporti segnale/rumore, le relative probabilità, ed inseriscono questi valori in una lista più grande in cui compaiono anche il numero d'ordine di *folding* armonico F e la lunghezza B della *boxcar* utilizzate per generare quel periodo candidato;

- ordinano i valori di periodo presenti in questa nuova lista partendo da quelli con probabilità minima a quelli con probabilità massima;

- ripetono le operazioni precedenti nel caso in cui più liste debbano essere prodotte

(tipicamente una per ogni *folding* armonico);
- scrivono in uno (o più) nuovo(i) *file* di *output* il contenuto delle prime 10000 linee (quelle relative alle massime probabilità) di ogni nuova lista finale ordinata.

4.3 Come si usano le liste finali

La disponibilità di liste finali di periodi candidati, assemblate ed ordinate con un criterio oggettivo, è un requisito indispensabile per investigare come ottimizzare l'efficienza di un determinato codice o per comparare la sensibilità relativa di procedure diverse, tutte volte alla ricerca di radiopulsar ed in particolare di Pulsar a millisecondo negli Ammassi Globulari.

L'ultima fase di tutti i metodi di ricerca consiste infatti nel compiere il *folding* temporale di un certo numero di candidati, selezionati in vario modo a partire dall'indagine degli spettri di potenza della serie temporale originale (o di una serie temporale ricampionata, come nel caso del metodo di ricerca *coerente* ad accelerazione costante). In linea di principio, disponendo di un centro di calcolo di potenza infinita, uno potrebbe applicare il *folding* temporale a tutti i periodi candidati al di sopra di una certa soglia di rapporto segnale/rumore. Nella pratica ciò è però impossibile e **l'efficienza di un determinato metodo di ricerca di radiopulsar si misura nella sua capacità di individuare un segnale reale includendolo in una corta lista di periodi sospetti**, ai quali applicare il *folding* temporale.

Ecco dunque come *l'ottimizzazione di un dato codice o la sua comparazione con altri codici si può effettuare esaminando liste di sospetti come quelle fornite in uscita dall'ambiente di sviluppo creato nel corso di questa Tesi.* Più elevata sarà la posizione di un segnale simulato da simulbp.f nella lista (o nelle liste) finale, meno *folding* temporali saranno necessari per rinvenire quella radiosorgente e quindi più efficiente sarà il codice di ricerca.

Ovviamente nel caso di osservazioni reali non conosciamo quale è il periodo effettivamente da ricercare e i sistemi binari contenenti ms-Pulsars hanno parametri rotazionali e orbitali diversi. Quindi una esauriente determinazione della efficienza di un dato codice di ricerca si può ottenere solo simulando (ad esempio con parametri pescati a caso con un codice Montecarlo) un gran numero di ms-Pulsar binarie ed esaminando statisticamente in che posizioni i loro periodi rotazionali vanno a collocarsi nelle liste finali di sospetti. L'implementazione di questo approccio statistico nell'ambiente di lavoro qui sviluppato costituirà il naturale sviluppo di questa Tesi.

Capitolo 5

Esempi applicativi e primi suggerimenti di ottimizzazione

Questo capitolo contiene l'esito dei test applicativi dell'ambiente di sviluppo descritto nel capitolo 4. Sulla base dei test effettuati su un ridotto numero di ms-Pulsars simulate, vengono altresì suggeriti, nella seconda parte del capitolo, alcuni accorgimenti per l'ottimizzazione del codice che sfrutta lo *smoothing* spettrale. Nella parte conclusiva è riassunto il lavoro compiuto nella Tesi e sono indicate le sue prospettive future.

5.1 Sistemi binari di test

Al fine di testare l'ambiente di sviluppo presentato nel capitolo 4, è stato necessario selezionare un insieme di sistemi binari con opportune caratteristiche. Per capire come queste caratteristiche siano state prescelte, è utile ricordare quale è l'esigenza osservativa che ha stimolato tutto il lavoro di questa Tesi.

5.1.1 Le caratteristiche delle Pulsar binarie da simulare

Ciò che ci si propone di rivelare sono **Pulsars che, qualora fossero Isolate, avrebbero un rapporto segnale/rumore sufficiente per essere scoperte con una ricerca di Pulsar standard, ma il cui segnale impulsivo viene tanto compromesso dall'effetto Doppler orbitale da renderle inosservabili** con le usuali procedure di analisi dei dati. In ottemperanza a questa tipologia di

Pulsars, le sorgenti binarie da selezionare e da simulare devono quindi soddisfare a due condizioni:

1.a cond: *un rapporto segnale/rumore appena sopra la soglia di rivelabilità qualora si trattasse di Pulsar non binarie.* In pratica sorgenti che, qualora fossero Isolate, sarebbero caratterizzate da un rapporto S/N$\sim$ 12 calcolato sulla intera durata della osservazione. Come è stato scelto questo valore? L'esperienza osservativa mostra che le Pulsars reali, al momento della prima detezione, presentano rapporti segnale/rumore tipicamente maggiori di 9-10. D'altro canto, Pulsars con S/N molto grande (ad esempio $> 20 - 25$) calcolato su 17,5 minuti di integrazione (la durata di una osservazione qui adottata come riferimento) potrebbero essere in realtà scoperte usando tempi di integrazione molto più brevi, anche dell'ordine di 4 minuti (ricordiamo che il rapporto S/N scala con la radice del tempo di integrazione). Orbene, su una integrazione di soli 4 minuti le distorsioni dovute all'effetto Doppler sarebbero fortemente ridotte anche nel caso di orbite ultrastrette con periodo orbitale di 35-40 minuti. In pratica, se simulassimo Pulsars con un S/N troppo alto ci focalizzeremmo su sistemi la cui scoperta è già oggi possibile con una analisi standard dei dati. Il valore assunto S/N$\sim$ 12 risulta quindi da un compromesso fra le due citate considerazioni.

2.a cond: *una bassa probabilità di essere rivelate da una analisi standard.* Col nome **analisi standard** di qui innanzi facciamo riferimento a quella descritta nel paragrafo 3.2. In particolare, giacchè ci occupiamo prevalentemente di Pulsar a millisecondo (per le quali il contributo di potenza distribuito nelle armoniche superiori del periodo rotazionale è usualmente piccolo rispetto alla potenza convogliata nella armonica fondamentale) valutiamo in prima approssimazione la probabilità di scoperta di un dato segnale sulla base della posizione da lui occupata nella lista relativa allo spettro cui non è stato applicato alcun *folding* armonico. Usando le convenzioni stabilite nel capitolo 4, si tratta della lista con ordine armonico F=1 e larghezza di *boxcar* B=1. Visto che i tempi di calcolo devono essere ragionevoli, non è mai possibile applicare la successiva fase dell'analisi dati (cioè il *folding* temporale della serie originale) a tutti i periodi candidati presenti nella lista (F,B)=(1,1). Quanto usualmente si fa è di stabilire un numero massimo (da qualche decina a qualche centinaia) di periodi candidati (quelli più in alto nella lista ordinata per S/N) ed effettuare il *folding* temporale solo su quelli. È allora ragionevole assumere che la posizione occupata in questa lista dal periodo di rotazione di una Pulsar simulata sia indice della chance per la Pulsar stessa di essere rivelata dalla analisi standard. In particolare, si è deciso convenzionalmente di considerare come posizione di taglio la 100.esima nella lista (F,B)=(1,1). Le ms-Pulsars simulate di interesse per questa Tesi devono quindi trovarsi al di sotto del 100.esimo posto nella lista ordinata per S/N dei periodi sospetti determinati da una analisi standard del segnale.

5.1.2 Andamenti generali del S/N di Pulsar binarie simulate

Allo scopo di poter individuare i parametri rotazionali, orbitali e dell'impulso di Pulsar binarie con le caratteristiche richieste nel precedente paragrafo 5.1.1, abbiamo innanzitutto dovuto studiare gli andamenti generali del S/N per le Pulsar simulate in funzione dei vari parametri di simulazione con cui opera il codice simulbp.f. Nel seguito di questo paragrafo sono quindi riportati gli andamenti tipici del S/N al variare dell'ampiezza (A), del *duty cycle*, del periodo orbitale (P_{orb}) e del periodo di rotazione (P_{spin}) che imponiamo alla Pulsar il cui segnale è simulato da simulbp.f. Abbiamo in tutti i casi fissato la durata dell'osservazione a 17,5 minuti, corrispondenti a serie temporali di 2^{23} campionamenti. Al fine di rappresentare il caso di una Pulsar virtualmente Isolata si è assunto un periodo orbitale di 800000 secondi.

La dipendenza fra il rapporto segnale/rumore della frequenza fondamentale (e delle sue prime armoniche) e l'ampiezza A del segnale simulato è rappresentata nel grafico 5.1. Evidente la crescita approssimativamente parabolica del rapporto S/N del segnale nella armonica fondamentale e nelle prime due armoniche superiori (sintomo della coerenza con cui si sovrappongono le ampiezze relative ai vari impulsi), mentre la potenza trasferita alla 3.a armonica non riesce mai ad uscire dal *noise* e quindi fluttua attorno a valori bassi per qualunque fra le ampiezze graficate. Notiamo altresì che per bassi valori del S/N è la armonica fondamentale a raccogliere la maggior parte del segnale, in linea con il fatto che si sta simulando una ms-Pulsar, il cui *duty cycle* è abbastanza grande.

Per quanto riguarda il *duty cycle* possiamo notare dalla figura 5.2 come

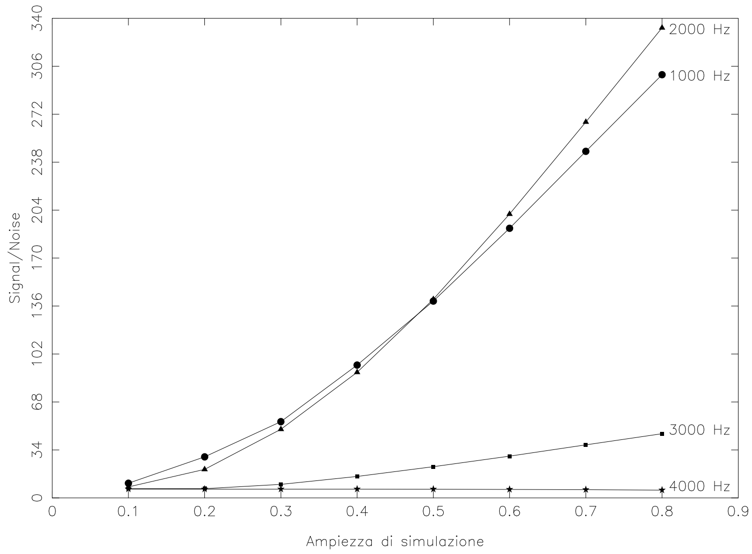


Figura 5.1: Variazione del rapporto segnale/rumore in funzione dell' ampiezza di simulazione. Tutti gli altri parametri di simulazione sono fissi: durata dell'osservazione $\sim$ 17 minuti, P_{spin} = 0.001 sec, $P_{orb} = 8 \cdot 10^5$ sec, *duty cycle*=25%. Data la lunghezza di P_{orb}, questa figura (cosiccome le due successive) rappresenta il caso di una Pulsar isolata, per la quale non è rilevante l'effetto Doppler.

all'aumentare di questo (fissati gli altri parametri) aumenti anche il S/N dell'armonica fondamentale, su cui adesso ci concentriamo. L'intervallo di valori considerati per il *duty cycle* arriva fino al 35%, dato che quello di una tipica millisecond Pulsar si aggira tra il 20 ed il 30%. Se per *duty cycle* piccoli la potenza del segnale si distribuisce su di un numero più grande di armoniche (quindi all'armonica fondamentale ne spetta solo una parte), per grandi *duty cycle* le armoniche superiori si "appropriano" di minore potenza, la quale andrà tutta sull'armonica fondamentale; combinando questo effetto con la maggiore quantità di segnale (energia) depositata in ogni periodo al crescere del *duty cycle*, si può spiegare l'andamento rapidamente crescente del S/N.

In figura 5.3 è graficata la dipendenza del S/N osservato in 17,5 minuti di

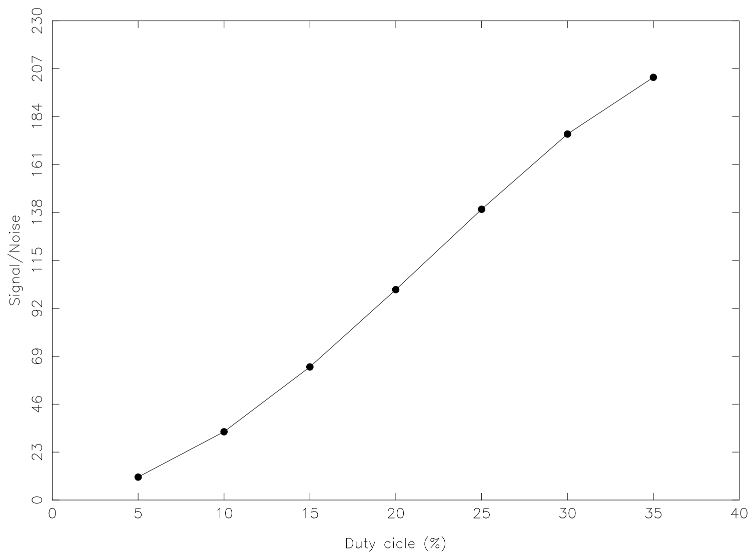


Figura 5.2: Variazione del rapporto segnale/rumore in funzione del *duty cycle*. Tutti gli altri parametri di simulazione sono fissi: durata dell'osservazione $\sim$ 17 minuti, $P_{spin} = 0.001$ sec, $P_{orb} = 8 \cdot 10^5$ sec, A=0.5.

integrazione su una Pulsar Isolata dal suo periodo rotazionale.

Infine, è importante analizzare l'andamento dei S/N di queste Pulsars simulate in funzione del loro periodo orbitale. Al diminuire del periodo orbitale della Pulsar aumenta il valore massimo del modulo della sua accelerazione lungo la linea di vista, quindi (come detto nel capitolo 3) il segnale viene degradato. Il contrario quando abbiamo a che fare con periodi orbitali via via sempre più grandi. Nel caso di figura 5.4 si nota un andamento fluttuante del S/N all'aumentare del periodo orbitale fino a valori di quest'ultimo pari a circa 2 ore; ciò è spiegato dal fatto che per P_{orb} troppo piccoli il segnale è così debole da non essere rivelato e quindi i valori di S/N che osserviamo si riferiscono al rumore gaussiano introdotto nella simulazione. Da $P_{orb} = 2$ ore (a cui corrisponde una massa della stella compagna $\sim 0.01 M_\odot$) in poi,

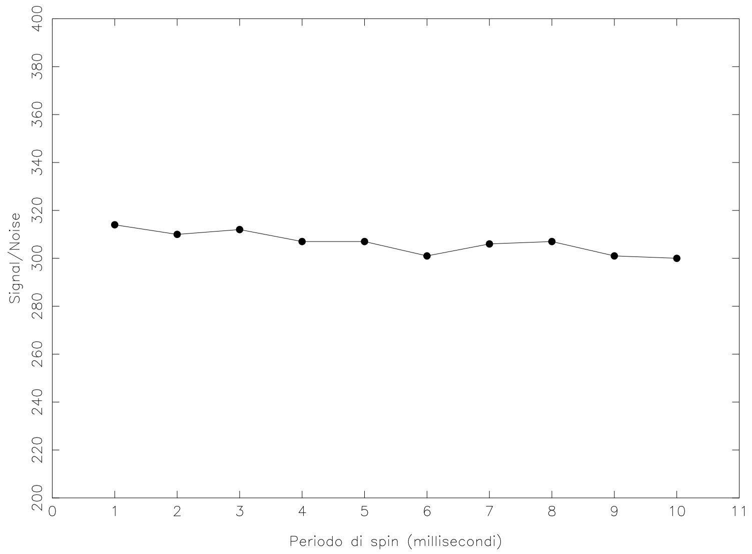


Figura 5.3: Variazione del rapporto segnale/rumore in funzione del periodo rotazionale della Pulsar simulata. Tutti gli altri parametri di simulazione sono fissi: durata dell'osservazione $\sim$ 17 minuti, $P_{orb} = 8 \cdot 10^5$ sec, A=0.5, *duty cycle*=25%.

il segnale emerge dal rumore per andare poi asintoticamente a fluttuare attorno ai valori caratteristici di una Pulsar Isolata del tipo di quelle da noi simulate (S/N $\sim$ 12).

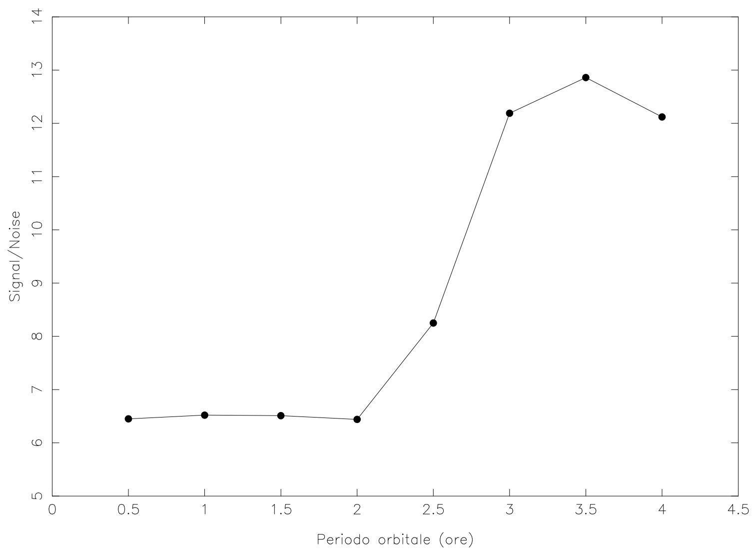


Figura 5.4: Variazione del rapporto segnale/rumore in funzione del periodo orbitale simulato. Tutti gli altri parametri di simulazione sono fissi: durata dell'osservazione $\sim$ 17 minuti, $P_{spin} = 0.001$ sec, dp/p=5×10^{-4}, A=0.5, *duty cycle*=25%.

5.1.3 Le Pulsar binarie selezionate

In base a quanto richiesto nel paragrafo 5.1.1 ed a quanto indagato nel paragrafo 5.1.2, si è proceduto nel modo seguente al fine di determinare gli opportuni valori dei parametri di simulazione delle Pulsar binarie di interesse per questa Tesi.

1. Si sono scelti il tempo di osservazione, il periodo di *spin*, il *duty cycle* ed il dp/p negli intervalli di valori osservati o presunti che queste grandezze assumono quando si esamina la classe delle Pulsar a millisecondo ospitate negli Ammassi Globulari.

2. Si è sperimentalmente stabilito (con opportune simulazioni prodotte da simulbp.f) quale valore dell'ampiezza del segnale A dovrebbe avere una Pulsar, le cui caratteristiche siano quelle assunte al punto 1. e avente periodo orbitale $P_{orb,iso} = 800000$ sec, affinché il S/N della armonica fondamentale del suo periodo di rotazione abbia valore attorno a 12.

3. Assunto il valore di A calcolato al punto 2., si è proceduto a diminuire il P_{orb} dal valore $P_{orb,iso}$ finchè la frequenza di *spin* della Pulsar scendesse al di sotto del 100^0 posto nella lista di periodi sospetti (F,B)=(1,1).

In siffatta maniera abbiamo "creato" 5 Pulsar binarie, le cui caratteristiche sono descritte nella tabella 5.1. Tutte queste Pulsars sono osservate per 17,5 minuti.

	$\mathbf{P}_{spin}$ (sec)	$\mathbf{P}_{orb}$ (min)	**dp/p**	M_c ($M_\odot$)	**A**	*Duty cycle*	S/N **iso**	**1-1**
PSR1	0.010	145	10^{-5}	0.0126	0.089	25%	12.23	104
PSR2	0.010	140	10^{-5}	0.0124	0.089	25%	12.23	176
PSR3	0.003	140	10^{-5}	0.0124	0.12	25%	12.17	3552
PSR4	0.001	140	10^{-5}	0.0124	0.113	25%	12.23	2669
PSR5	0.003	35	10^{-5}	0.008	0.12	25%	12.17	1571

Tabella 5.1:

I parametri orbitali e rotazionali ed i valori di *duty cycle* delle Pulsars PSR1, PSR2, PSR3 rappresentano casi tipici di sistemi binari contenenti Pulsar a millisecondo osservate negli Ammassi Globulari. La compagna è una stella leggera, quasi completamente esaurita dal trasferimento di massa verso la Stella di Neutroni. Viceversa la Pulsar PSR4 si distingue per avere un periodo di rotazione più corto (meno della metà) di quelli finora riscontrati nelle ms-Pulsars scoperte in Ammassi Globulari: essa permette dunque di indagare l'efficienza del codice di ricerca dello *smoothing* spettrale nel caso di periodi di *spin* ultra rapidi, ammessi dalla teoria ma finora mai riscontrati. La caratteristica peculiare della PSR5 è invece il suo periodo orbitale, che è pari a circa un terzo del periodo orbitale più corto fra quelli finora osservati in ms-Pulsars incluse in Ammassi Globulari. Anche in questo caso, tali periodi orbitali ultra brevi sono predetti dalle teorie evolutive di sistemi binari contenenti ms-Pulsars, ma finora sono sfuggiti ad ogni tentativo di osservazione.

5.2 Applicazione dello *smoothing* spettrale alle Pulsar di test

Vediamo allora quali risultati si ottengono applicando il metodo detto dello *smoothing* spettrale (descritto in generale nel paragrafo 3.4.4) al campione delle ms-Pulsar binarie della Tabella 5.1. In particolare cercheremo di individuare delle tendenze generali che appaiano in questi risultati, fermo restando che una trattazione statistica come quella suggerita nel paragrafo 4.3 è necessaria per approdare a conclusioni più circostanziate. In particolare focalizzeremo la nostra attenzione su domande del tipo: il metodo dello *smoothing* spettrale è capace di scoprire il segnale di una Pulsar a millisecondo anche se essa è contenuta in sistemi binari ultrastretti? È conveniente produrre una unica lista finale di sospetti oppure è meglio generare più liste relative a diversi *folding* armonici e/o correlazioni? Quale è la massima lunghezza della *boxcar* di correlazione che conviene usare? Quanto è sensibile il metodo dello *smoothing* spettrale alle variazioni del periodo rotazionale delle sorgenti?

5.2.1 Analisi dei risultati

Tre delle cinque Pulsar di tabella 5.1 sono state sottoposte al metodo di ricerca di segnale impulsivo "accelerato" detto dello *smoothing* spettrale applicando allo spettro originale 5 diversi ordini di *folding* armonico F e 10 diverse correlazioni con *boxcar* di lunghezza B crescente, da 1 *bin* spettrale a 512 *bins* spettrali. Sono quindi state prodotte 5x10=50 liste normalizzate di "periodicità sospette" e poi esse sono state combinate in vario modo: o si è prodotta una unica lista secondo le modalità descritte nel paragrafo 4.2.5, oppure se ne sono prodotte 5, una per ogni diverso ordine di *folding* armonico F. Per le altre due Pulsar di tabella 5.1 si sono adoperate solo le correlazioni con *boxcars* di larghezza 1, 2, 4, 8 e 16 *bins* (producendo così 25 tabelle totali). Ricordiamo inoltre che in questa analisi preliminare abbiamo considerato soltanto la posizione nelle liste (F,B) dell'armonica fondamentale, dato che il segnale è stato selezionato in modo da essere piuttosto debole già appunto nella armonica fondamentale ed è dunque improbabile (visto il *duty cycle* utilizzato tipicamente del 25%) che si possa distribuire significativamente sulle sue armoniche superiori.

Sulla falsariga di quanto spiegato nel paragrafo 4.3, per ogni Pulsar simulata coi parametri della tabella 5.1, i risultati sono stati rappresentati in tabella 5.2. Ogni riga di essa ci permette di valutare l'efficienza del metodo dello *smoothing* spettrale in accordo alla seguente linea di ragionamento.

- *[i]* Si è cercata la lista (F,B) [corrispondente all'ordine F di *folding* armonico e ad una *boxcar* di lunghezza B] nella quale il periodo di rotazione della Pulsar raggiunge la posizione più elevata. Tale lista viene chiamata best(l); per individuare quella data Pulsar supponendo di analizzare <u>tutte</u> le liste prodotte dal codice bisognerebbe quindi sottoporre alla fase di *folding* temporale almeno un numero minimo di "best(l)$\times$(numero liste)" candidati [dove "(numero liste)" nel nostro caso è tipicamente pari a 50];

  [ii] si è determinata la posizione migliore raggiunta dalla stessa frequenza nominale di rotazione della Pulsar all'interno della listona unica finale, chiamando questa posizione best(L); per scoprire la data Pulsar usando solo la listona unica finale servirebbero quindi un minimo di "best(L)" *folding* temporali;

[iii] si è individuata la posizione migliore raggiunta dalla stessa frequenza nominale di *spin* all'interno delle liste F1, F2, F4, F8 e F16 generate combinando (separatamente per ognuna delle liste con numero d'ordine di *folding* armonico rispettivamente 1, 2, 4, 8, 16) tutte le liste (F,B) relative alle esplorate lunghezze B della *boxcar* di correlazione; la suddetta miglior posizione si è definita best(LF). Per scoprire la data Pulsar usando una unica lista finale per ogni *folding* armonico servirebbero quindi un minimo di "best(LF)×(numero di *folding* armonici presi in considerazione)" [usualmente vale (numero di *folding* armonici presi in considerazione)=5].

- Paragonando la posizione del periodo nominale della Pulsar simulata all'interno della lista (1,1) con "best(l)×(numero di liste)", con "best(L)" e con "best(LF)×(numero di *folding* armonici presi in considerazione)", possiamo arguire se, nel caso della Pulsar in questione, il metodo dello *smoothing spettrale* risulta vantaggioso e se ci conviene o no "riassumere" tutte le periodicità sospette in una unica lista di "candidati" ed eventualmente in quale tipo di lista.

Gli esiti dei vari passi del procedimento logico su descritto sono stati riportati nella tabella 5.2, dove in ordine, per ogni Pulsar, sono elencate:

1. il nome della Pulsar, secondo le definizioni contenute in tabella 5.1,
2. la posizione della armonica fondamentale del periodo di rotazione della Pulsar nella lista (F,B)=(1,1), cioè nel caso non operassimo alcun *folding* armonico, né *smoothing* spettrale,
3. il numero d'ordine di riferimento [convenzione (F,B)] della lista all'interno della quale la frequenza fondamentale raggiunge la posizione maggiormente elevata,
4. la posizione raggiunta nella lista di cui al punto precedente,
5. la posizione della frequenza fondamentale nella lista unica finale, ottenuta combinando tutte le liste (F,B) per ogni F e per ogni B esplorati,

6. il numero d'ordine di *folding* armonico della lista finale [ottenuta combinando tutte le liste (F,B) per ogni B esplorato] nella quale il periodo nominale di rotazione della Pulsar ha raggiunto la posizione più elevata; a seguire è riportata la posizione in questione, su definita come best(LF).

	1-1	**F,B**	best(l)	best(L)	**F**	best(LF)
PSR1	105	1,2	3(x50)=150	47	F1	9(x2)=18
PSR2	176	1,2	6(x25)=150	42	F1	21(x2)=42
PSR3	3552	1,2	74(x25)=1850	1859	F1	370(x2)=740
PSR4	2669	1,4	36(x25)=900	832	F1	166(x2)=332
PSR5	1571	1,32	1(x50)=50	3	F2	1(x2)=2

Tabella 5.2:

Ispezionando la tabella 5.2, si nota innanzitutto come viene confermata l'utilità di applicare il metodo di ricerca dello *smoothing* spettrale nel caso di ms-Pulsars (quelle indicate come PSR1, PSR2 e PSR3) aventi parametri rotazionali e orbitali corrispondenti a quelli riscontrati nelle ms-Pulsars finora scoperte negli Ammassi Globulari. Comparando la 2.a e la 5.a colonna della suddetta tabella, si nota come la posizione del periodo di rotazione delle 3 Pulsars simulate si trova molto più in alto (rispettivamente ai posti 47, 42, 1859) nella lista finale [ottenuta combinando le liste relative a 5 *folding* armonici e 5 o 10 correlazioni con *boxcar* operate sullo spettro della serie temporale] piuttosto che nella lista (1,1) (posizioni 105, 176, 3552) che è quella prodotta dalla cosidetta *analisi standard*. Notiamo in particolare (colonna 3 della tabella 5.2) che la posizione più elevata è stata ottenuta nelle liste (1,2) corrispondenti alla applicazione di uno *smoothing* sullo spettro con *boxcar* di lunghezza 2 *bins*, a conferma della capacità di questo metodo di raggruppare almeno parzialmente quella potenza del segnale impulsivo che viene sparpagliata su *bins* adiacenti a seguito del Doppler orbitale.

I casi PSR4 e PSR5 evidenziano che il metodo dello *smoothing* spettrale è fruttuosamente applicabile anche per la ricerca di ms-Pulsars aventi parametri al di fuori di quelli finora riscontrati nella classe di tali radiosorgenti. In particolare il caso PSR4 palesa che lo *smoothing* spettrale innalza la posizione del periodo di rotazione della ms-Pulsar simulata (1 ms) dal 2669.esimo posto (quale è nella tabella (1,1) prodotta dalla analisi standard) fino al 832.esimo posto nella lista finale, combinazione delle 25 liste relative a 5 ordini di *folding* armonico e 5 stadi di applicazione della correlazione con *boxcar*. Notiamo in particolare che a fornire il picco relativamente più elevato nei vari spettri è stato il caso di applicazione di uno *smoothing* spettrale con una funzione rettangolo lunga 4 *bins*. Ancora più eclatante il caso della PSR5, avente un periodo di rotazione canonico (3 ms), ma posta in una orbita strettissima, pari a solo 2 volte il tempo di osservazione (35 minuti). Lo *smoothing* spettrale porta il periodo di rotazione di questo oggetto al 3.o posto assoluto nella lista complessiva dei candidati (5.a colonna della tabella 5.2), rispetto alla bassa posizione originale nella lista (1,1) derivata dalla analisi standard.

In particolare notiamo che questa "promozione" del periodo del segnale della Pulsar è dovuta alla correlazione dello spettro della serie temporale originale con una *boxcar* lunga 32 *bins*. Lo sparpagliamento complessivo della potenza (atteso sulla base delle forti variazioni di velocità cui è sottoposta PSR5 durante l'osservazione) deve avvenire su un numero di *bins* nello spettro molto maggiore di 32, come mostrano figure sul tipo di quelle contenute nel paragrafo 3.3. Lo stesso dicasi per le altre 4 Pulsars simulate, per le quali la potenza (a seguito del moto orbitale) si deve distribuire su ben più di 2 o 4 *bins*. Ma evidentemente a rendere più o meno efficiente una data operazione di *smoothing* spettrale è il rapporto fra la quantità di Segnale e la quantità di Rumore suppletivo che viene raccolto allargando la *boxcar* di correlazione. Gli esperimenti compiuti suggeriscono che, per ms-Pulsar di debole densità di flusso, non dovrebbe convenire allargare la estensione delle *boxcars* di correlazione oltre una certa quantità di *bins*, stimabili attorno a 32 (che è quanto si ottiene per un sistema binario come PSR5, accelerato ai limiti di quanto anche gli schemi teorici di evoluzione indicano come plausibile).

Soffermandosi ora in particolare sulle colonne 4, 5, 6 e 7 della tabella 5.2 si constata che i cinque casi esaminati indicherebbero che la scelta più efficiente riguardo alle liste finali da passare alle fasi di analisi successiva (il *folding* temporale) sarebbe quella di utilizzare solo le liste F1 ed F2, relative a due diversi stadi di *folding* armonico e a tutti gli stadi di correlazione. Infatti tutte e 5 le Pulsar di test appaiano in posizione migliore nelle liste F1 od F2 (vedere colonna 6 della tabella 5.2) e, nominalmente, il numero di *folding* temporali (colonna 7) da applicarsi per scoprire tutte e 5 le Pulsar simulate è minore considerando solo queste due liste rispetto all'utilizzazione della lista unica finale (colonna 5) o di tutte le singole liste prodotte durante l'analisi (colonna 4).

Riassumendo le considerazioni degli ultimi due paragrafi, i casi di test esaminati suggerirebbero una strategia basata sulla costruzione di una unica tabella finale, costituita dagli esiti di 2 soli stadi di *folding* armonico e 6 stadi di *smoothing* spettrale (fino all'ordine 32). Ovviamente questa tendenza, palesata dai casi qui esplorati, andrà avvalorata da una più ampia indagine statistica.

5.3 Conclusioni e suggerimenti di ottimizzazione

In questa Tesi è stato sviluppato un ambiente di lavoro nel quale sia possibile ottimizzare e comparare l'efficienza dei codici di ricerca di Pulsar binarie. Esso:

(*i*) comprende un codice per la simulazione dei segnali emessi da queste radiosorgenti quando esse sono incluse in sistemi binari di parametri a scelta dell'utente;

(*ii*) include un codice di analisi dei dati che dapprima applica alle serie temporali simulate delle trasformate di Fourier per la generazione dello spettro di potenza di ogni serie temporale e poi opera *folding* armonici e correlazioni (con funzioni di profilo qualsiasi) sullo spettro di potenza;

(*iii*) contiene un codice per la normalizzazione e comparazione delle liste di sospetti, selezionati come i picchi più alti riscontrati nei vari spettri di potenza prodotti con varie scelte del numero d'ordine del *folding* armonico e della correlazione.

Applicando queste procedure ad un piccolo insieme di Pulsar binarie (simulate a scopo di test), selezionate in maniera da risultare inosservabili da parte di un metodo standard di ricerca di Pulsar, si sono tratti i seguenti suggerimenti preliminari, applicabili al codice di ricerca di Pulsar binarie in Ammassi Globulari che sta operando presso l'Osservatorio di Bologna:

a. il metodo di ricerca detto dello *smoothing* spettrale è potenzialmente sensibile al segnale impulsivo di Pulsar a millisecondo aventi parametri rotazionali ed orbitali anche al di fuori di quelli finora osservati: in particolare ms-Pulsars super rapidamente ruotanti ($P_{spin} \sim 1.0$ millisecondi) o incluse in sistemi binari estremamente stretti ($P_{orb} \sim 30 - 40$ min);

b. la correlazione degli spettri con *boxcar* di larghezza superiore ai 32 *bins* è inutile anche quando abbiamo a che fare con sistemi binari di periodo orbitale ultra corto ($\mathrm{P}_{orb} \sim 30 - 40$ minuti) in cui la potenza del segnale tende a distribuirsi su molti *bins* adiacenti nello spettro di potenza;

c. l'utilizzo di una lista finale di "periodi candidati" derivata da 2 stadi di *folding* armonico e 6 stadi di *smoothing* spettrale sembra essere il miglior compromesso fra tempi di calcolo ed efficienza nella individuazione di segnali reali.

5.4 Sviluppi futuri

Come per qualsiasi analisi statistica, più grande è il campione esaminato, migliori sono i risultati. L'implementazione di un rigoroso approccio statistico nell'ambiente di lavoro qui sviluppato costituirà il primo e più naturale sviluppo di questa Tesi.

In particolare si intende scrivere un codice di tipo Montecarlo, utile a generare un gran numero di Pulsar a millisecondo binarie rispondenti ai requisiti descritti nel paragrafo 5.1.1, ma i cui parametri rotazionali ed orbitali ed il cui profilo di impulso siano scelti a caso entro un intervallo di valori ed una distribuzione confacenti al tipo di sorgenti che si vogliono rivelare. Applicando a questo più largo campione di sorgenti simulate il codice di ricerca di *smoothing* spettrale o gli altri metodi presentati nel paragrafo 3.4, si potranno ottimizzare i codici stessi e compararli oggettivamente fra loro.

L'obiettivo finale è la creazione di un codice generale di ricerca, che automaticamente applichi la miglior analisi dei dati, a seconda dello spazio dei parametri delle ms-Pulsars che si intendono scoprire.

Appendice A

Programmi Fortran

A.1 Codice di simulazione ‘‘simubp.f’’

```
Program simulbp
   implicit none
   character*13 dmextname
   character*11 file
   character filename*132, dmdisk*132, hdrfile*132, dmfile*132
   integer(kind=4) rawdataBlockLength
   parameter(rawdataBlockLength = 49152)
   integer reclength, ddsamp_per_block, nblocks
   integer(kind=4) hdrunit, dmunit
   real(kind=4) sample,r, rand, ampl
   real(kind=8) tsmp,twopi, freq
   real(kind=8) p, bp, dp_over_p, p_samples, bp_samples
   real(kind=8) p_app_samples,phase
   integer(kind=1) bdat(rawdataBlockLength)
   integer(kind=4) norder,ndat,i,j,k,l
   integer(kind=4) numchan
   real(kind=4) frch1,chbw,DUTY_CICLE
   logical(kind=4) linear
   integer(kind=4) seed, idma_x, idmb_x
```

```
data tsmp/0.125/,twopi/6.283185307d0/, hdrunit/10/, dmunit/20/

seed = 12345567
call srand(seed)

100 continue
write(6,'('' Filename (11 chars ending with 1) > '',$)')
read(5,'(a)')file
if(file(11:11).ne.'1')then
write(6,'('' WRONG: Last character must be 1 '')')
goto 100
endif

write(6,'('' Data disk where you want to write it> '',$)')
read(5,'(a)')dmdisk
write(6,'('' Enter norder > '',$)')
read(5,*)norder
write(filename,'(a,''_S00_N'',i2.2)')file,norder

idma_x = 1
idmb_x = 1

write(6,'('' Enter spin period (sec) > '',$)')
read(5,*)p

write(6,'('' Enter dp/p > '',$)')
read(5,*)dp_over_p

write(6,'('' Enter Orbital period (sec) > '',$)')
```

```
read(5,*)bp

write(6,'('' Enter pulse amplitude > '',$)')
read(5,*)ampl

write(6,'('' Enter duty cicle (%) > '',$)')
read(5,*)duty_cycle

ndat = 2**norder

write(dmextname,'(''%DMR'',i4.4,''-'',i4.4)')idma_x,idmb_x

dmfile=filename(1:index(filename,' ')-1)//dmextname//'.DDM'
hdrfile=filename(1:index(filename,' ')-1)//dmextname//'.HDRDDM'
open(unit=hdrunit,file=dmdisk(1:index(dmdisk,' ')-1)//
& hdrfile(1:index(hdrfile,' ')-1),
& status='new',form='unformatted')
call simul_header(hdrunit,tsmp,numchan,
& frch1,chbw,linear,ndat)
close(hdrunit)
reclength=rawdataBlockLength/(numchan/8)
open(unit=dmunit,file=dmdisk(1:index(dmdisk,' ')-1)//
& dmfile(1:index(dmfile,' ')-1),
& status='new',
& form='unformatted',access='direct',recl=reclength)

ddsamp_per_block=reclength*1
write(*,*)ddsamp_per_block
nblocks=2**norder/ddsamp_per_block+1
```

```
duty_cycle=duty_cycle/100

i=0
do j=1,nblocks
do k = 1,ddsamp_per_block
i=i+1
r =rand(seed)
sample = (r-0.5)*64.
phase=(i*tsmp*0.001d0)*(1.d0/p) + dp_over_p*(1.d0/p)*
& (bp/twopi)*dsin(twopi*(i*tsmp*0.001d0)/bp)
phase = phase - idint(phase)
if(phase.le.duty_cycle)sample = sample+ampl
bdat(k)=nint(sample)
enddo
write(dmunit, rec=j)(bdat(l),l=1,ddsamp_per_block)
enddo

close(dmunit)

stop
end
```

A.2 Codice di normalizzazione delle liste ''ORD+PROB.f''

```
PROGRAM METTOORDINE
IMPLICIT NONE
INTEGER (KIND=4) NC,NPTS,J,META
REAL(KIND=4) NDAT
PARAMETER(NDAT=2**22)
REAL(KIND=4) RUMORE(NDAT),BIN,NOFOLDING,SN(1400),PROB(1400)
```

```
REAL(kind=4) SOMMA,MEDIA,SOMMATORIA,RMS
PARAMETER(NOFOLDING=1)
PARAMETER(BIN=1)
PARAMETER(NC=(NDAT/NOFOLDING)-BIN)
REAL(kind=4) ARM(NDAT/NOFOLDING),RISU(NC),TEMP(BIN),RET(BIN)
REAL(kind=4) POT(NC),POT_norm(NC)
REAL(kind=4) x(NC),ni(NC),pos(NC),NEWP(10000),wksp(10000)
integer ind(NC),iwksp(10000)
open(10,file='spettro.dat',status='old')
c open(10,file='fold2.dat',status='old')
c open(40,file='fold2.dat',status='unknown')
open (unit=60,file='probs_noise_11.dat',status='old')
open(50,file='prob_PSR_11.dat',status='unknown')
do j=1,10000
iwksp(j)=j
end do
READ(10,*) RUMORE
READ (60,100)
READ (60,103)
READ (60,101)
READ (60,102)(SN(j),PROB(j),j=1,1400)
DO I=1,NDAT/NOFOLDING
ARM(I)=(RUMORE(I)+RUMORE(NOFOLDING*I))/2
END DO
c WRITE(40,*) ARM
DO i=1,BIN
RET(i)=1
END DO
DO i=1,NC
RISU(i)=0
```

```
do K=1,BIN
TEMP(K)= RET(K)*ARM(i+(K-1))
RISU(i)=RISU(i)+TEMP(K)
end do
RISU(i)=RISU(i)/BIN
END DO
SOMMA=0.0
DO i=1,NC
SOMMA=SOMMA+RISU(i)
END DO
MEDIA=SOMMA/NC
SOMMATORIA=0.0
DO i=1,NC
SOMMATORIA=((RISU(i)-MEDIA)**2)+SOMMATORIA
END DO
RMS=SQRT(SOMMATORIA/NC)
POT=RISU/RMS
POT_norm=(RISU-MEDIA)/RMS
DO j=1,NC
ni(j)=j*(4000.000000/(ndat/nofolding))
pos(j)=j
END DO
ind(nc)=1
do j=nc-1,nc-10000,-1
ind(j)=ind(j+1)+1
end do
CALL sort2(NC,POT_norm,NI)
DO j=NC,nc-10000,-1
DO i=1,1400
IF (POT_norm(j).ge.SN(i) .and.  POT_norm(j).lt.SN(i)+0.01) THEN
```

```
NEWP(j)=PROB(i)
END IF
END DO
END DO
CALL sort3(10000,POT_norm,NI,NEWP,wksp,iwksp)
write(50,108)
write(50,109)
write(50,110)
Write (50,111) (ind(j),ni(j),POT_norm(j),NEWP(J),j=nc,(nc-
* 10000),-1)
104 FORMAT (1X,'ORDINAMENTO DEI RAPPORTI SEGNALE-RUMORE ')
105 FORMAT
(1X,'---------------------------------------------------')
106 FORMAT (4X,'Frequenza (Hz)',3X,'Signal/noise')
107 FORMAT (1X,I5,2X,F10.4,2X,F10.4)
100 FORMAT (1X,'RELAZIONE POTENZA-PROBABILITA duty_cicle)
103 FORMAT (1X,'                                          ')
101 FORMAT (4X,'S/N',5X,'Probabilta''(percentuale)')
102 FORMAT (1X,F7.4,5X,F16.12)
108 FORMAT (3X,'RELAZIONE S/N-PROBABILITA''')
109 FORMAT (3X,'                                          ')
110 FORMAT (8X,'FREQUENZA',3X,'SIGNAL/NOISE',4X,'PROBABILITA'/)
111 FORMAT (1X,I5,2X,F10.4,2X,F10.4,2X,F16.12)
stop
end
```

Bibliografia

[1] S.B.Anderson 1993, PhD Thesis, *"A study of recycled Pulsars in Globular Clusters"*

[2] L.Burderi & N.D'Amico 1997, ApJ 490:343-352, *"Probing the equation of state of ultradense matter with a submillisecond Pulsar search experiment"*

[3] F.Camilo, D.R.Lorimer, P.Freire, A.G.Lyne & R.N.Manchester 2000, ApJ 535:975-990 *"Observations of 20 Millisecond Pulsars in 47 Tucanae at 20 centimeters"*

[4] N.D'Amico, A.G.Lyne, R.N.Manchester, A.Possenti & F.Camilo 2000, accepted by ApJ, *"Discovery of short-period binary millisecond Pulsars in four Globular Clusters"*

[5] N.D'Amico, A.Possenti, R.N.Manchester, J.Sarkissian, A.G.Lyne & F.Camilo 2001, astro-ph/0105122, *"New millisecond Pulsars in Globular Clusters"*

[6] N.D'Amico, A.Possenti, L.Fici, R.N.Manchester, A.G.Lyne, F.Camilo & J.Sarkissian 2002, ApJ 570:89-92, *"Timing of millisecond Pulsars in NGC 6752: evidence for a high masso-to-light ratio in the Cluster core"*

[7] M.B.Davies & B.M.S.Hansen 1998, MNRAS 301:15-24, *"Neutron Stars retention and millisecond Pulsar production in Globular Clusters"*

[8] W.T.S.Deich, J.Middleditch, S.B.Anderson, S.R.Kulkarni, T.A.Prince & A.Wolszczan 1993, ApJ 410:95-98, *"The binary Pulsar PSR 1908+00 in NGC 6760"*

[9] DiLorenzo 1999, Tesi di Laurea A.A.1998-1999, UNiversità degli studi di Bologna, *"Rivisitazione delle principali surveys di Pulsars"*

[10] R.T.Edwards, W.van Straten & M.Bailes 2001, astro-ph/0106353, *"A search for sub-millisecond Pulsars"*

[11] P.C.Freire, M.Kramer, G.Lyne, F.Camilo, R.N.Manchester, N.D'Amico 2001, astro-ph/0107206, *"Detection of ionized gas in the Globular Cluster 47 Tucanae"*

[12] P.C.Freire, F.Camilo, D.R.Lorimer, A.G.Lyne, R.N.Manchester & N.D'Amico 2002, astro-ph/0103372, *"Timing the millisecond pulsars in 47 Tucanae"*

[13] A.S.Fruchter & W.M.Goss 2000, ApJ 536:865-874, *"Deep radio imaging of Globular Clusters and the Cluster Pulsar population"*

[14] J.Gòmez-Gonzalèz & M.Guèlin 1974, A&A 32:441-446, *"Pulsar Hidrogen line absorption and the electron density in the interstellar medium"*

[15] Y.Gupta 1995, ApJ 451:717

[16] P.Hertz, J.PNorris & K.S.Wood 1990, ApJ 354:267-272, *"Search for millisecond X-ray pulsation from the galactic bulge X-ray source GX 9+1"*

[17] A.Hewis, J.S.Bell, J.D.H.Pilkington, P.F.Scott, R.A.Collins 1968, Nature 217:709

[18] H.M.Johnston & S.R.Kulkarni 1991, ApJ 368:504-514, *"On the detectability of Pulsars in close binary sistems"*

[19] S.Jouteux, R.Ramachandran, B.W.Stappers, P.G.Jonker & M.Van der Klis 2001, astro-ph/0111231, *"Searching for Pulsars in close binary systems"*

[20] I.King 1962, ApJ 67:471

[21] M.Kramer, K.M.Xilouris, D.R.Lorimer, O.Doroshenko, A.Jessner, R.Wielebinski, A.Wolszczan & F.Camilo 1998, ApJ

501:270:285, *"The characteristics of millisecond Pulsar emission. I. spectra , pulse shapes, and the beaming fraction"*

[22] S.R.Kulkarni, R.Narayan & R.W.Romani 1990, ApJ 356:174-183, *"The Pulsar content of Globular Clusters"*

[23] Q.Z.Liu, J.van Paradijs & E.P.J.van den Heuvel 2001, A&A 368:1021, *"A catalogue of low-mass X-ray binaries"*

[24] D.Lorimer 1998, astro-ph/9801091, *"Pulsar searches - Tricks of the trade"*

[25] D.Lorimer, A.G.Lyne & F.Camilo 1998, astro-ph/9801096, *"A search for Pulsars in supernova remnants"*

[26] D.Lorimer 2001, astro-ph/0104388, *"Binary and millisecond Pulsars at the new millenium"*

[27] A.G.Lyne & R.N.Manchester 1988, MNRAS 234:477-508, *"The shape of Pulsar radio beams"*

[28] A.G.Lyne, F.Camilo, R.N.Manchester, J.F.Bell, V.M.Kaspi, N.D'Amico, N.P.F.McKay, F.Crawford, D.J.Morris, D.C.Sheppard & H.Stairs 2000, MNRAS 312:698-702, *"The Parkes multibeam Pulsar survey: PSR J1811-1736, a Pulsar in a highly eccentric binary system"*

[29] R.N.Manchester, A.G.Lyne, N.D'Amico, M.Bailes, S.Johnston, D.R.Lorimer, P.A.Harrison, L.Nicastro & J.F.Bell 1996, MNRAS 279:1235-1250, *"The Parkes Southern Pulsar Survey - I. Observing and data analysis systems and initial results"*

[30] L.Nicastro, A.G.Lyne, D.R.Lorimer, P.A.Harrison, M.Bailes & B.D.Skidmore 1995, MNRAS 273:68-70, *"PSR J1012+5307: a 5.26-ms Pulsar in a 14.5-h binary system"*

[31] T.E.Nordgren, J.M.Cordes & Y.Terzian 1992, AJ 104:1465-1472, *"The scale height of the galactic free electron cloud"*

[32] E.S.Phinney 1993, ASP Conference Series 50:141-169, *"Pulsars as probes of Globular Cluster dynamics"*

[33] A.Possenti 2002, astro-ph/0208559, *"The peculiar millisecond Pulsars in the Globular Clusters NGC 6397 and NGC 6752"*

[34] S.C.Ransom 2001, PhD Thesis, *"New search techniques for binary Pulsars"*

[35] S.C.Ransom 2001, astro-ph/0112006, *"Fast search techniques for high energy Pulsars"*

[36] S.C.Ransom, J.M.Cordes & S.S.Eikenberry 2002, astro-ph/0210010, *"A new search technique for short orbital period binary Pulsars"*

[37] F.A.Rasio, E.D.Pfahl & S.Rappaport 2000, ApJ 532:47-50, *"Formation of short-period binary Pulsars in Globular Clusters"*

[38] C.Robinson 1994, PhD Thesis, *"Searches for radio Pulsars in 47 Tucanae and other Globular Clusters"*

[39] C.Robinson, A.G.Lyne, R.N.Manchester, M.Bailes, N.D'Amico & S.Johnston 1997, MNRAS 274:547-554, *"Millisecond Pulsars in the Globular Cluster 47 Tucanae"*

[40] P.A.G.Scheuer 1968, Nature 218:920

[41] Shklovosky-Standish 1982, AAS 114 297-302

[42] I.H.Stairs, Z.Arzoumanian, F.Camilo, A.G.Lyne, D.J.Nice, J.H.Taylor, S.E.Thorsett & A.Wolszczan 1998, ApJ 505:352-357, *"Measurement of relativistic orbital decay in the PSR B1534+12 binary system"*

[43] J.H.Taylor & R.N.Manchester 1977, Ann. Rev. Astron. Astrophys. 1977 15:19-44, *"Recent observations of Pulsars"*

[44] M.Toscano, J.S.Sandhu, M.Bailes, R.N.Manchester, M.C.Britton, S.R.Kulkarni, S.B.Anderson & B.W.Stappers 1999, MNRAS 307:925-933, *"Millisecond Pulsars velocities"*

[45] M.van der Klis 1989, NATO ASI Serie C 262:27, *"In Timing Neutron Stars"*

[46] R.X.Xu, H.G.W. & G.J.Qiao 2002, astro-ph/0206166, *"How fast could a proto-Pulsar rotate?"*

[47] K.S.Wood, J.P.Norris, P.Hertz, B.A.Vaughan, P.F.Michelson, K.Mitsuda, W.H.G.Lewin, J.van Paradus, W.Penninx & M.van der Klis 1991, ApJ 379:295-309, *"Searches for millisecond pulsations in low-mass X-ray binaries"*

Ringraziamenti

Il primo e doveroso grazie è per la mia relatrice, la Prof.sa Loretta Gregorini, per la sua grande disponibilità e la fiducia dimostratami.
Un grazie sentito va al Prof. Nichi D'Amico, per avermi dato la possibilità di "entrare nel mondo delle Pulsars" di studiarlo e di comprenderlo più a fondo.
Il mio più grande ringraziamento è però rivolto ad Andrea Possenti che durante questo lungo periodo mi ha guidato, consigliato ed infine "aiutato" nello svolgimento di questa Tesi; grazie alla sua formidabile chiarezza ed alla sua continua disponibiltà, nonostante le distanze e spesso anche i fusi orari, è sempre riuscito a risolvere qualsiasi problema ed a rendere semplice tutto ciò che sembrava complicato.

Ringrazio inoltre chiunque mi abbia accompagnato in questa lunga avventura: gli amici di Monopoli (le mie amiche di una vita, gli amici/che rompi-co... che comunque ancora non si sono stancati di me..), di Bologna (quelli che hanno reso meno noiosa questa vitaccia e che hanno cercato invano di correggere la mia diziOne), di Polignano (nonostante le innumerevoli e continue critiche ai monopolitani) e di tutto il resto d'Italia; le inseparabili conquiline (..quelle che si sono rivelate più che semplici conquiline..), i "colleghi" di studio (o di sventura), le amiche della pallavolo (che hanno dovuto spesso "rinunciare" alla mia presenza in campo); fare nomi sarebbe troppo lungo e rischioso (non vorrei dimenticare nessuno)...
Un grazie particolare poi a chi "mi conosce vecchia"... cioè tutti i membri della mia gigantesca famiglia, dai cugini agli zii (i mitici del "P9") alla nonna. Grazie a chi da qualche anno si è preso carico di questa "croce" (che sarei io)... Claudio. Grazie anche a mio fratello che per tutti questi anni si è "sacrificato" a non avermi in casa.

Infine vorrei urlare "GRAZIE!" (ma farlo così mi sembra anche poco) ai miei sponsors e più grandi sostenitori: mia madre e mio padre. Dimostrando grande fiducia mi hanno regalato non solo una parte di cultura ma soprattutto un'esperienza che mi ha permesso di crescere e che porterò nel mio cuore per tutta la vita.